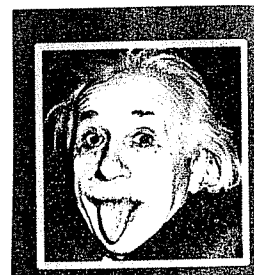


Organisé par  
l'Inspection  
Pédagogique  
Régionale  
et l'IREM



Coordination générale :  
**Mathématiques  
sans Frontières**  
Quartier Rempelin RN8  
rue Georges Duby  
13080 LUYNES  
Fax : 04 42 60 86 05

# Mathématiques sans frontières



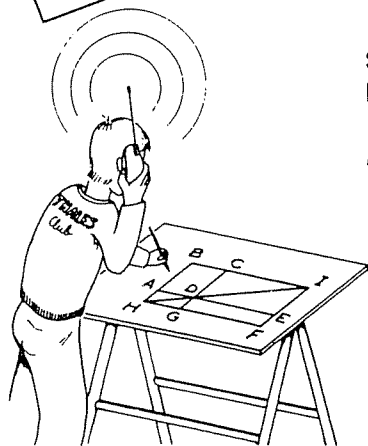
**EPREUVE DU  
11 MARS 1999**

- Les exercices n° 6, 7 et 10 ne nécessitent aucune justification.
- Le soin et toute solution même partielle seront pris en compte.
- Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.

**exercice  
n° 1  
10 points**

## Fax similé

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots



Gaston hat Schwierigkeiten mit seinen Hausaufgaben in Mathematik :

« Gegeben sind ein Rechteck ABCD und eine Strecke DE in der Verlängerung von AD

Konstruiere, ohne zu messen, das Rechteck DEFG, welches den selben Flächeninhalt wie das Rechteck ABCD besitzt. »

Gaston telefoniert mit Etienne, der die Lösung bereits gefunden hat.

**Welche Konstruktionsbeschreibung muß Etienne Gaston übermitteln?**

**Wie kann er ihm erklären, daß die beiden Rechtecke ABCD und DEFG flächengleich sind?**

\*\*\*\*\*

Gaston can't do his maths homework. Here it is :

« Let ABCD be a rectangle and [DE] a segment which is the prolongation of [AD]. Without taking any measurements, construct a second rectangle DEFG whose area is the same as ABCD's »

Then Gaston calls Etienne who has had no trouble finding a solution.

**Say what instructions for constructing the second rectangle Etienne should give Gaston and how he should go about explaining to his friend that the areas of ABCD and DEFG are equal.**

Gaston tiene dificultades con el problema de matemáticas siguiente :

« Tenemos un rectángulo ABCD y un segmento [DE] en la prolongación de [AD]. Construid un rectángulo DEFG de la misma superficie que ABCD sin que sea necesario medir. »

Le llama a Etienne que ha encontrado una solución.

**¿Qué método de construcción debe Etienne transmitir a Gaston y cómo debe explicarle que los rectángulos ABCD y DEFG tienen la misma superficie?**

\*\*\*\*\*

Gaston trova difficoltà nel compito di matematica :

« Dato un rettangolo ABCD e il segmento DE quale prolungamento di AD, si chiede di costruire un rettangolo DEFG di superficie equivalente a quella di ABCD senza effettuare misure. »

Telefona, pertanto, a Etienne che ha già risolto il problema.

**Quale procedura di costruzione deve trasmettere Etienne a Gaston e come può spiegarli che i due rettangoli ABCD e DEFG hanno la stessa area?**

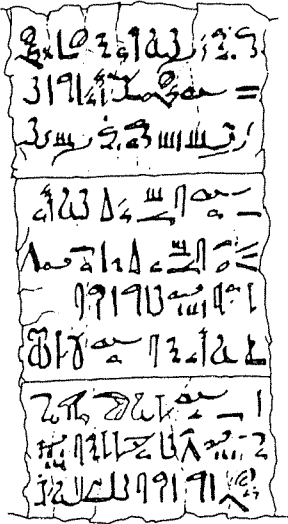


**exercice  
n° 2  
5 points**

## A l'inverse

Au temps des pharaons les Égyptiens n'écrivaient en général que des fractions unitaires, c'est-à-dire de numérateur égal à 1.

Voici une règle du papyrus Rhind pour calculer les deux tiers de toute fraction unitaire de dénominateur impair :



« Calculer les deux tiers d'une fraction impaire. Si l'on te dit "Quel est deux tiers de ?", tu fais 2 fois son dénominateur et 6 fois son dénominateur. Le résultat est la somme des deux fractions unitaires obtenues. Par exemple « deux tiers de  $1/9$  c'est :  $1/18 + 1/54$  »

**La règle énoncée est-elle exacte pour toutes les fractions unitaires impaires? Expliquer votre réponse. Inventer une règle plus simple pour toutes les fractions unitaires paires.**

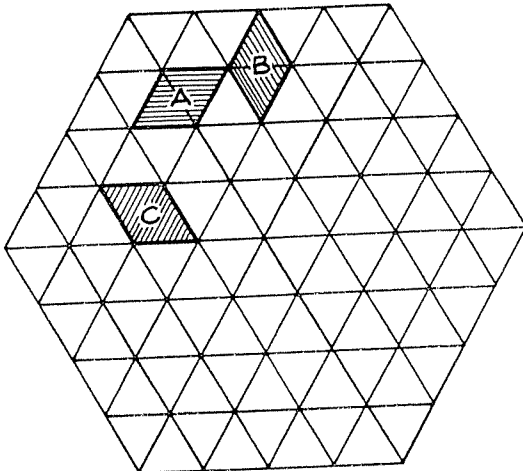
**exercice  
n° 3  
10 points**

## Calissons

Rémy remplit l'hexagone ci-dessous par des losanges identiques à A, B ou C qu'il colore ainsi : en rouge le losange A et ceux qui sont orientés comme A, en jaune B et ceux qui sont orientés comme B et en vert C et ceux qui sont orientés comme C.

À la fin il est surpris de constater qu'il y a autant de losanges de chaque couleur. Il trouve alors une explication à cela en regardant son dessin comme la représentation en perspective de petits cubes placés dans un grand cube.

**Reproduire l'hexagone, le paver de losanges selon les règles de Rémy et détailler son explication.**



**exercice  
n° 4  
5 points**

## Ne pas avoir le jeton

Nathalie et Coralie disposent de 9 jetons numérotés de 1 à 9.

- Tiens, c'est curieux, dit Coralie. Si j'enlève un jeton, je peux faire avec tous les jetons qui restent trois tas tels que, dans chaque tas, la somme des chiffres est la même.

- Je dirais même plus, dit Nathalie. Avec les 8 jetons restants, je peux faire quatre tas ayant la même propriété.

**Déterminer le jeton que Nathalie et Coralie ont écarté. Justifier.**



**exercice  
n° 5  
10 points**

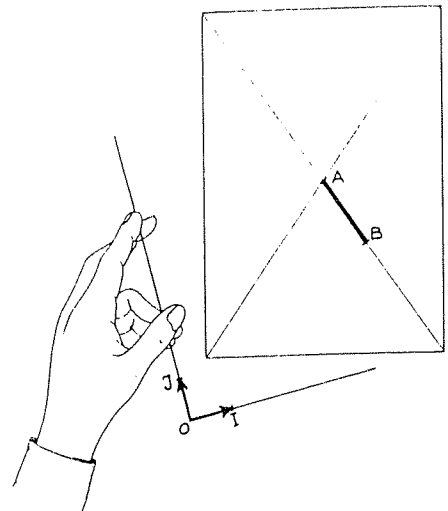
## Manque de repère

Placer le point A à l'intersection des diagonales de la feuille réponse, le point B sur une diagonale, à 5 cm du point A.

Dans le repère orthonormé (O, I, J) où l'unité de longueur est le centimètre, les points A et B ont pour coordonnées (3, 2) et (7, 5).

Mais ce repère a disparu !

**Sans utiliser de papier calque, construire le repère. Expliquer la construction.**



**exercice  
n° 6  
5 points**

## Code Enigma

Voici un message codé :

« QBDVXSRTTABBRKYNBXR »

Pour faire le codage, on a utilisé la « clé » M.S.F. qui donne la suite (13, 19, 6) où chaque nombre est la position de la lettre correspondante dans l'alphabet. Dans le message initial, on a remplacé la première lettre par celle située 13 positions après elle dans l'alphabet, la seconde par celle située 19 positions après elle dans l'alphabet, la troisième lettre par celle située 6 positions après elle dans l'alphabet et ainsi de suite en répétant la clé.

A la 27<sup>ème</sup> position on retrouve la lettre A, à la 28<sup>ème</sup> position on retrouve la lettre B, etc...

**Retrouver le message initial.**



**exercice  
n° 7  
10 points**

## Tout est relatif

Une planète P décrit d'un mouvement régulier un cercle (C) autour d'une étoile E en 360 jours.

Cette planète a un satellite S qui gravite autour d'elle dans le même sens. Vu depuis P, le satellite décrit d'un mouvement régulier un cercle (C') situé dans le plan de C. Tous les 30 jours, les points E, P et S se retrouvent alignés dans cet ordre.

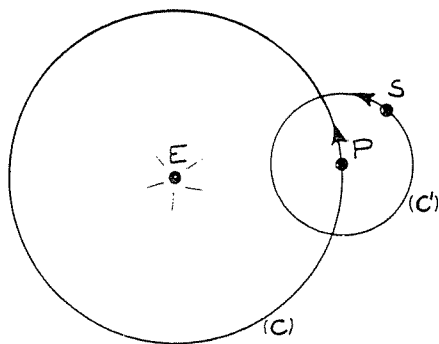
On donne les distances de centre à centre :

EP = 70 000 000 km

PS = 10 000 000 km

**On demande de construire la trajectoire de S par rapport à cette étoile E.**

Pour cela placer E au centre de la feuille réponse, le cercle (C) a 7 cm de rayon et (C') a 1 cm de rayon. Commencer la construction en plaçant E, S et P alignés dans cet ordre. Sachant qu'au bout de 15 jours ils sont alignés dans l'ordre E, P et S, construire suffisamment de positions de S puis tracer la trajectoire de S.



**exercice  
n° 8  
5 points**

## Retrospective

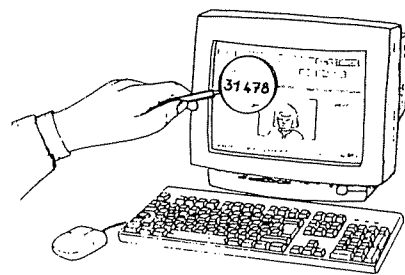
Lorsque Rémy tape sur son ordinateur la date d'aujourd'hui, 11 mars 1999, il voit s'afficher 34768.

Lorsqu'il tape la date à laquelle s'est déroulée la première épreuve de Mathématiques Sans Frontières, il voit s'afficher 31478.

Cet ordinateur transforme chaque date en un nombre qui augmente de 1 unité par jour écoulé.

**A l'aide de ces données, retrouver la date et le jour de la semaine de la première épreuve de Mathématiques Sans Frontières.**

**Expliquer la réponse.**

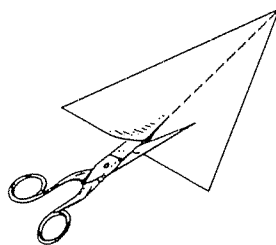


**exercice  
n° 9  
10 points**

## Couper Coller

Le triangle ci-dessous est partagé en deux triangles par une médiane.

Il est possible de vérifier expérimentalement que ces deux triangles ont la même aire en découpant l'un d'eux et en recomposant l'autre avec les morceaux obtenus.



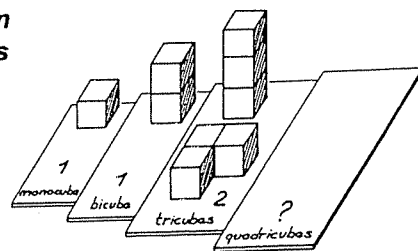
**Sur la feuille réponse reproduire le triangle de départ, faire le découpage et par collage mettre en évidence l'égalité des aires. En précisant les lignes de coupe, justifier cette égalité.**

**exercice  
n° 10  
15 points**

## Quadricubes

Il y a un seul monocube et un seul bicube, mais il y a deux tricubes possibles.

**Dessiner en perspective tous les quadricubes possibles différents.**



# Spécial seconde

**exercice  
n° 11  
5 points**

## Grand angle

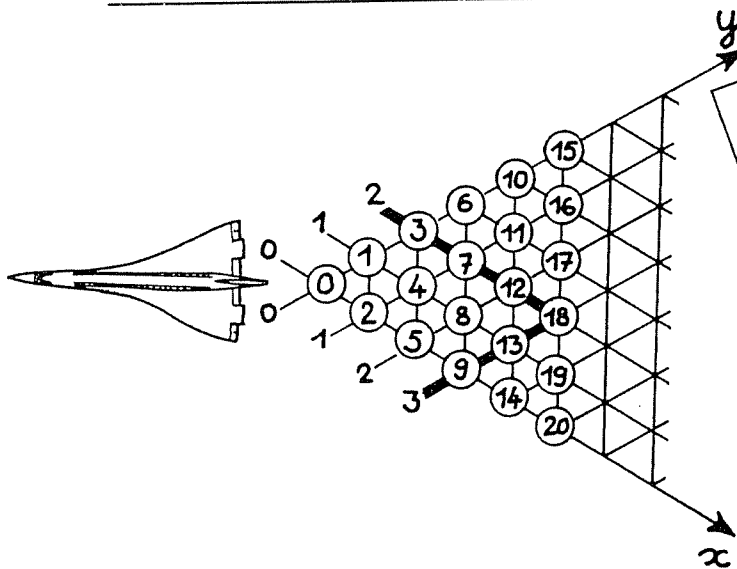
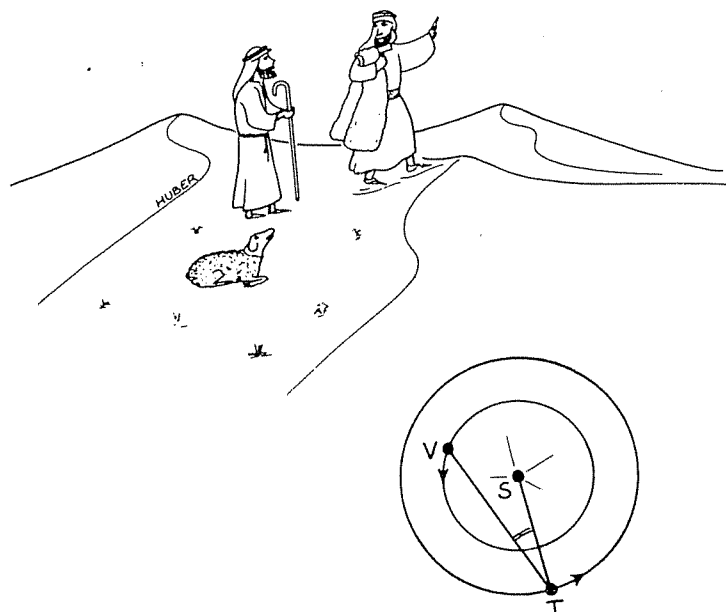
La planète Vénus, appelée Etoile du Berger est souvent visible au petit matin ou après le coucher du Soleil.

Comme la Terre, Vénus tourne autour du Soleil sur une orbite quasi circulaire, mais à une vitesse différente. Les orbites de la Terre et de Vénus sont à peu près coplanaires.

Les astronomes ont ainsi observé que l'angle  $\widehat{STV}$  varie au cours du temps, mais que sa valeur ne dépasse jamais une certaine valeur maximale.

Représenter l'orbite de la Terre par un cercle de 5 cm de rayon et de centre S. Placer la terre en un point T de son orbite. Construire l'orbite de Vénus, sachant que la valeur maximale de l'angle  $\widehat{STV}$  est égale à  $46^\circ$ .

Calculer le rayon de l'orbite de Vénus, sachant que  $ST \approx 150 \times 10^6$  km.



**exercice  
n° 12  
10 points**

## Sur le réseau

On numérote les noeuds du réseau en suivant les diagonales, comme sur le dessin ci-contre.

Chaque noeud a des coordonnées, par exemple le noeud numéroté 18 a pour coordonnées (3, 2).

Quelles sont les coordonnées du noeud numéroté 1999? Justifier votre réponse.

**exercice  
n° 13  
15 points**

## Mystère pour une pyramide

Mercredi, Petit Pierre a décidé de s'amuser avec sa règle et son compas. Il trace sur un carton un carré ABCD de 10 cm de côté. Puis il trace les quatre quarts de cercle dont les centres sont les sommets du carré et qui relient des points diagonalement opposés du carré. Les arcs de cercles se coupent aux points E, F, G et H. Petit Pierre se demande alors si le polygone AEBFCGDH n'est pas le patron d'une pyramide.

Répondre à Petit Pierre en expliquant votre réponse. Si le polygone est un patron de pyramide, calculer sa hauteur.

