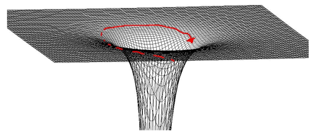
Exposé sur la construction de la fonction $f(x\,;y)=\dfrac{1}{x^2+y^2}$

Par Dovetta Marion, Dovetta Nicolas et Mignot Pierre
élèves de Terminales S-si au lycée d'Altitude de Briançon.

Introduction :

Lors du dernier congrès de Maths en Jean's à Bordeaux nous avons visité la Cité de l'Espace. L'une des activités marquantes consistait à déposer une pièce de monnaie sur une surface (voir graphique). La pièce décrivait alors une trajectoire qui la plaquait aux parois de la surface.



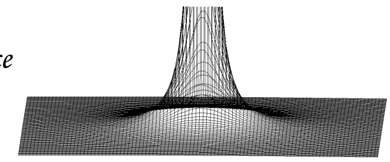
Nous avons en début d'année décidé de trouver la formule de cette surface et de la recréer en 3 dimensions.

Nos recherches :

Nous sommes partis du fait que la surface devait être comme la force F de gravitation entre deux astres.

Nous connaissions la formule qui exprimait cette force $F=\dfrac{K}{d^2}$ *ou K est une constante qui dépend de la masse des 2 objets en relation et d est la distance qui les sépare.*

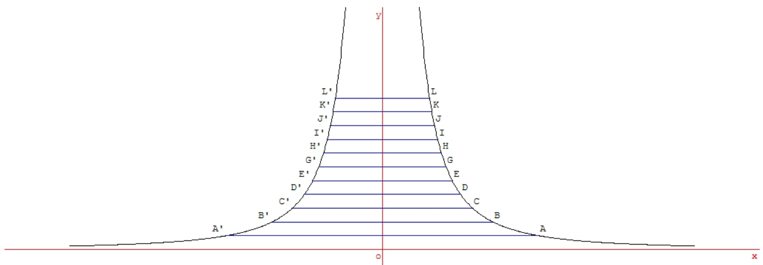
A partir de là on sait que la fonction $f(x\,;y)=1/(x^2+y^2)$ est proportionnelle à la force d'attraction entre deux astres.



Construction de la maquette:

Le premier problème que nous avons rencontré pour la construire fut de connaître les lignes de niveau (ou les courbes décrivant les solutions de l'équation $z=1/(x^2+y^2)$ en faisant varier z). Ces courbes représentaient des cercles car si on a comme équation de courbe $1/(x^2+y^2)=z$ avec z comme constante on peut alors écrire $x^2+y^2=1/z$. Cette équation est une équation de cercle de rayon $\dfrac{1}{\sqrt{z}}$

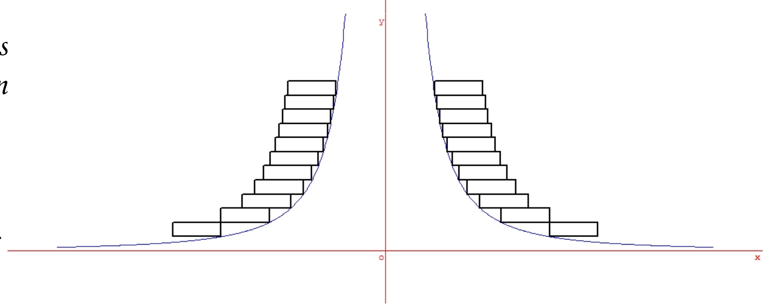
Nous avions à notre disposition des plaques de polystyrène dense de 2,2 cm d'épaisseur et de 60 cm de largeur. Pour que la fonction soit convenablement représentée, il nous fallait choisir une bonne échelle. Pour cela nous avons ramené le problème à deux dimensions pour nous simplifier la tâche (sachant que les lignes de niveau étaient des cercle cela ne posait aucun problème).



Pour que la fonction soit donc à une bonne échelle nous l'avons affectée d'un coefficient que nous avons calculé en fonction des dimensions du polystyrène dense.

$$f(x\,;y)=\frac{1375}{x^2+y^2}$$

Une fois cette équation adaptée à notre matériel nous avons aisément pu tailler des disques qui épousent la forme de la fonction.



La dernière chose qu'il nous restait à faire était de boucher les trous entre les différentes plaques. Nous avons utilisé à cette fin de la mousse expansive que nous avons posée et retaillée pour obtenir enfin une représentation en trois dimensions de la fonction.