

# LE POINT LE PLUS LOIN

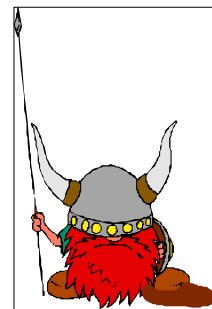
par :  
-BONNABEL Emilien  
-GRUBERT Thomas  
-LADAME Romain

Du Lycée d'Altitude de Briançon.

Le but de notre recherche était dans un premier temps de placer dans un rectangle deux points A et B puis de rechercher un point S le plus loin possible de A et B.



A



B

# CAS DE DEUX POINTS

Deux points A et B sont fixés dans un rectangle.

Nous avons choisi comme distance d'un point M aux points A et B la valeur  $AM + BM$ .

Notre problème est alors de trouver le point (ou les points) du rectangle tel que  $MA+MB$  soit le maximum.

Nous avons construit les lignes de niveau.

Par exemple,

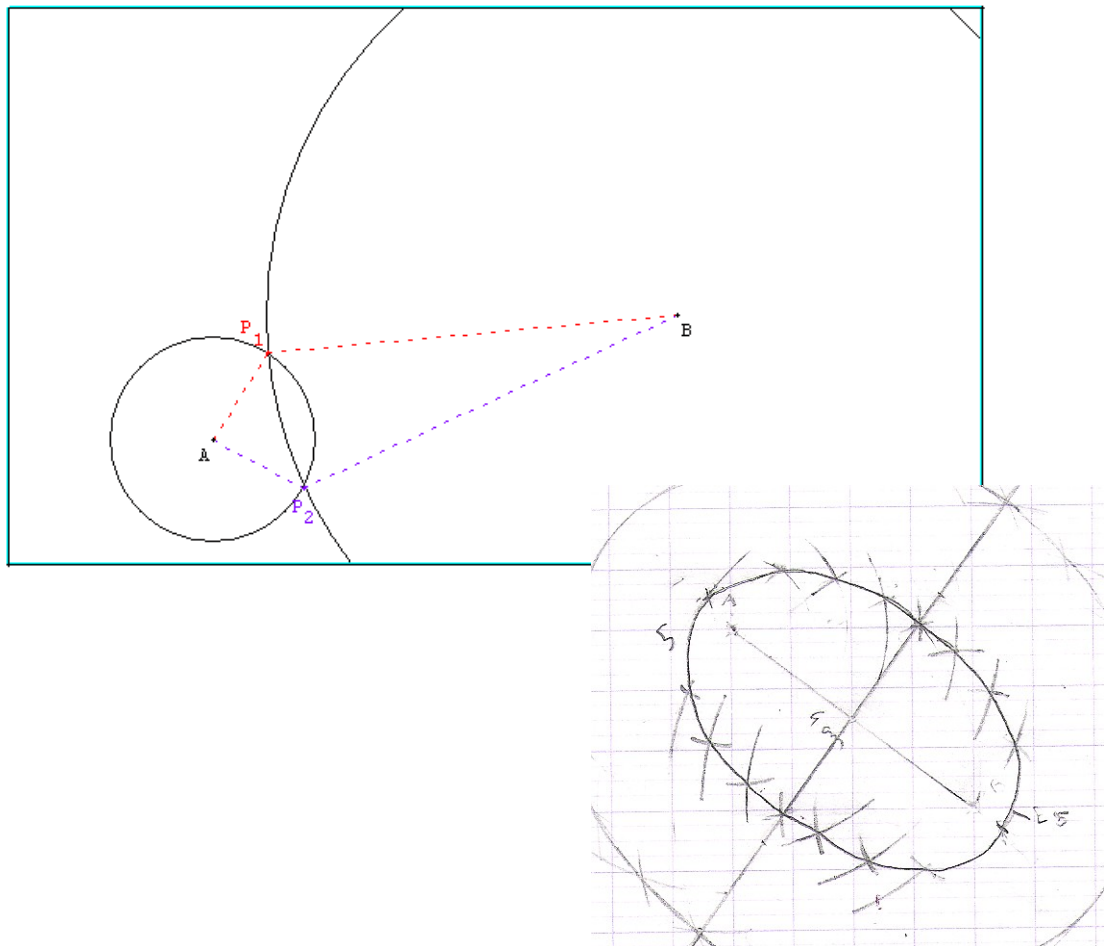
que représente l'ensemble des points M tel que  $MA + MB = 5$  ?

On appellera cela la ligne de niveau 5.

Pour la construire, nous avons tracé le cercle de centre A et de rayon 1 ainsi que le cercle de centre B et de rayon 4.

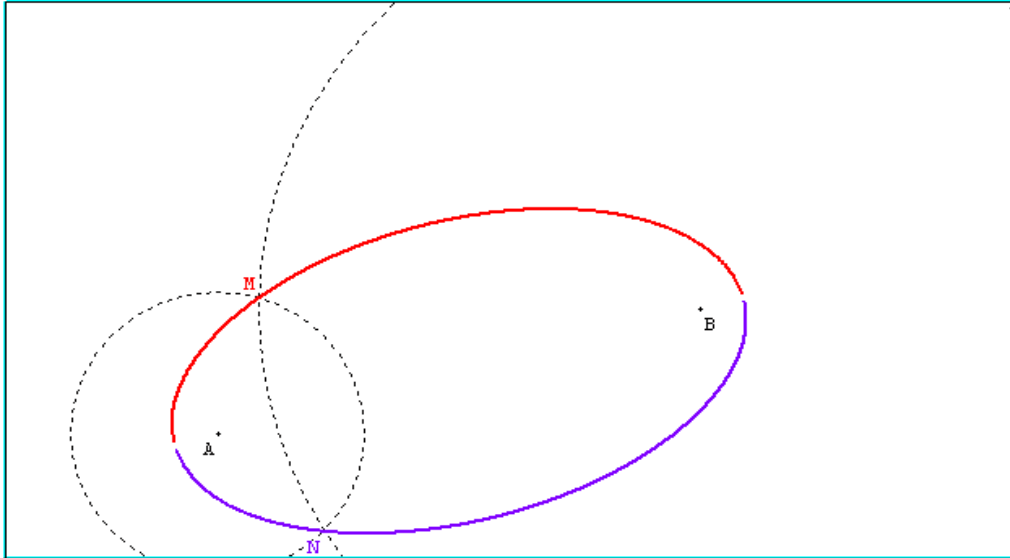
L'intersection de ces deux cercles vérifie  $MA + MB = 5$ .

On obtient deux points : P1 et P2.

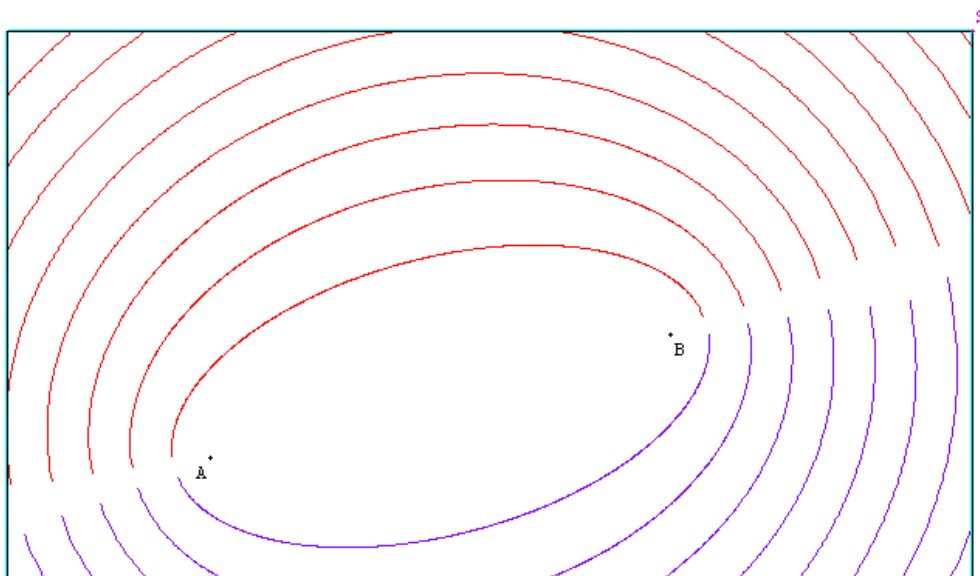


De la même manière en faisant un cercle de centre A et de rayon R et un autre de centre B et de rayon 5-R , on obtient une série de points.

Ainsi, en trouvant l'ensemble des points M tel que  $MA + MB$  soit une constante, nous avons abouti à la formation d'une ellipse.



En recréant cette ellipse sur le logiciel Géoplan et en traçant d'autres ellipses concentriques à cette dernière, nous avons constaté que le point le plus loin appartient à la dernière ellipse qui ne sort pas totalement du rectangle.



On conjecture en outre que le point S se situe toujours dans un des angles du rectangle.

# CAS DE TROIS POINTS

Le cas de deux points fixes étant étudié, nous avons pris un troisième point C avec lequel nous avons renouvelé la recherche:  $AM + BM + CM$  doit être la plus grande possible.

Par exemple:

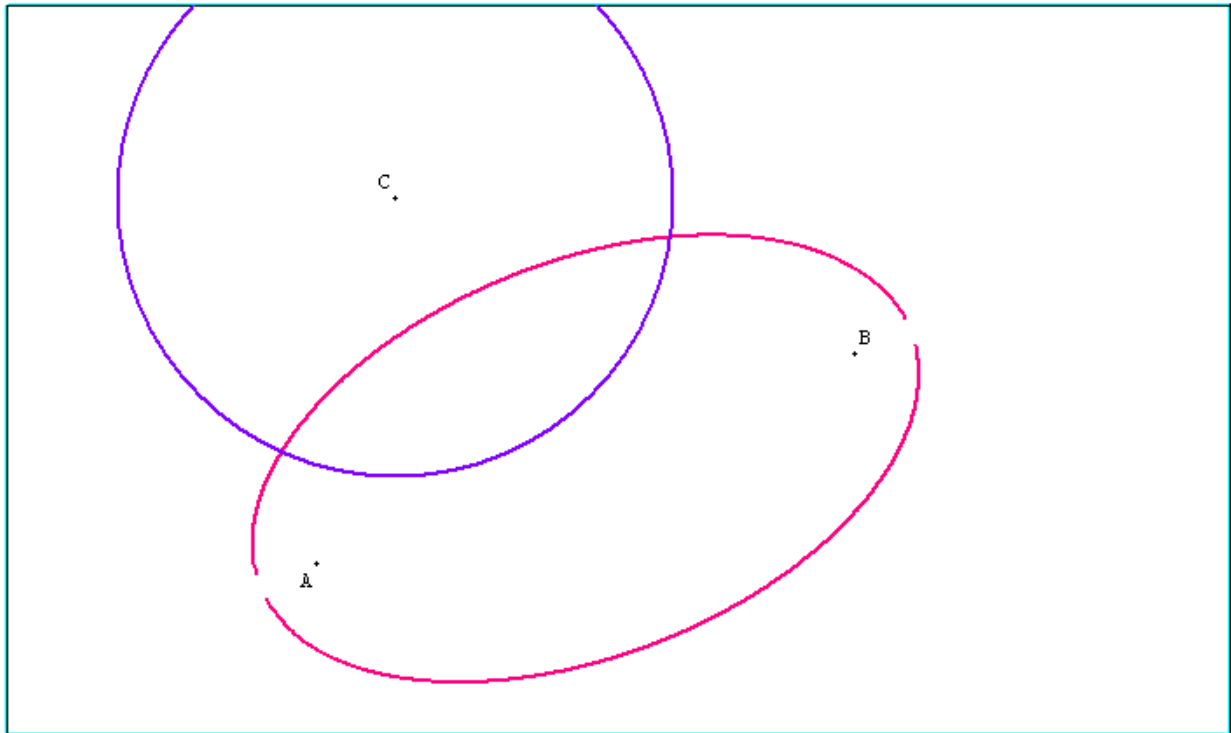
Nous prenons l'ensemble des points M tel que  $MA + MB + MC = 7$ .

On appellera cela la ligne de niveau 7.

Pour la construire, nous avons tracé l'ellipse de rang 5 de A et B par la méthode précédente puis le cercle de centre C et de rayon 2.

Les points d'intersection de l'ellipse et du cercle (quand ils existent) vérifient:

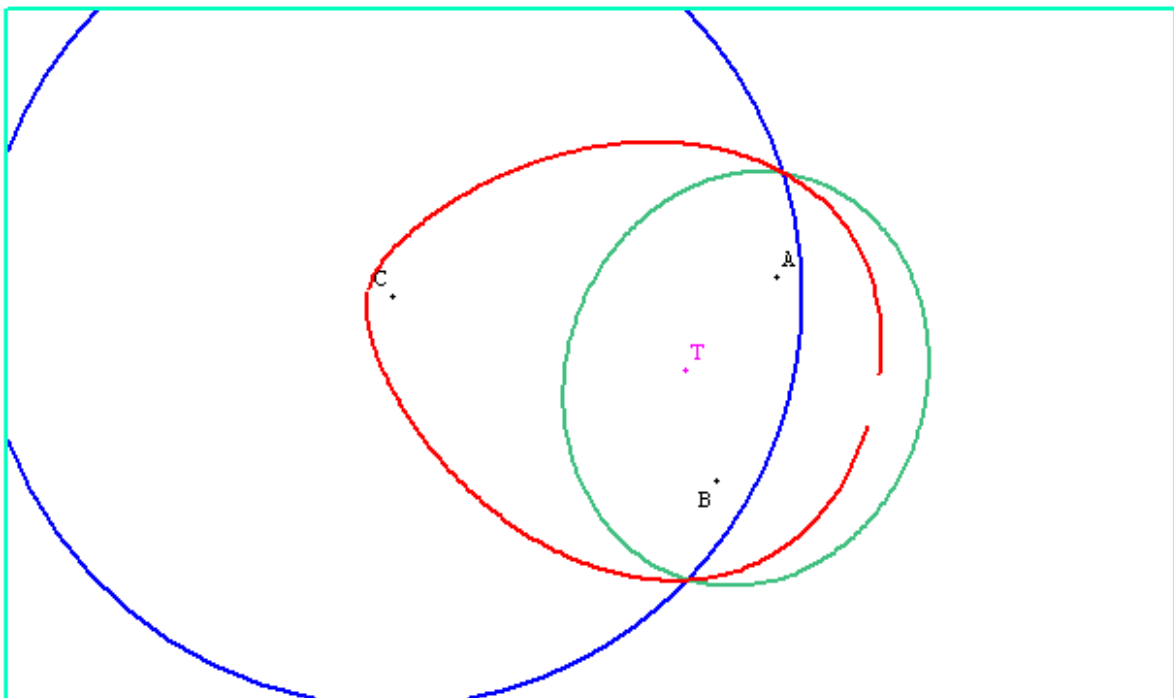
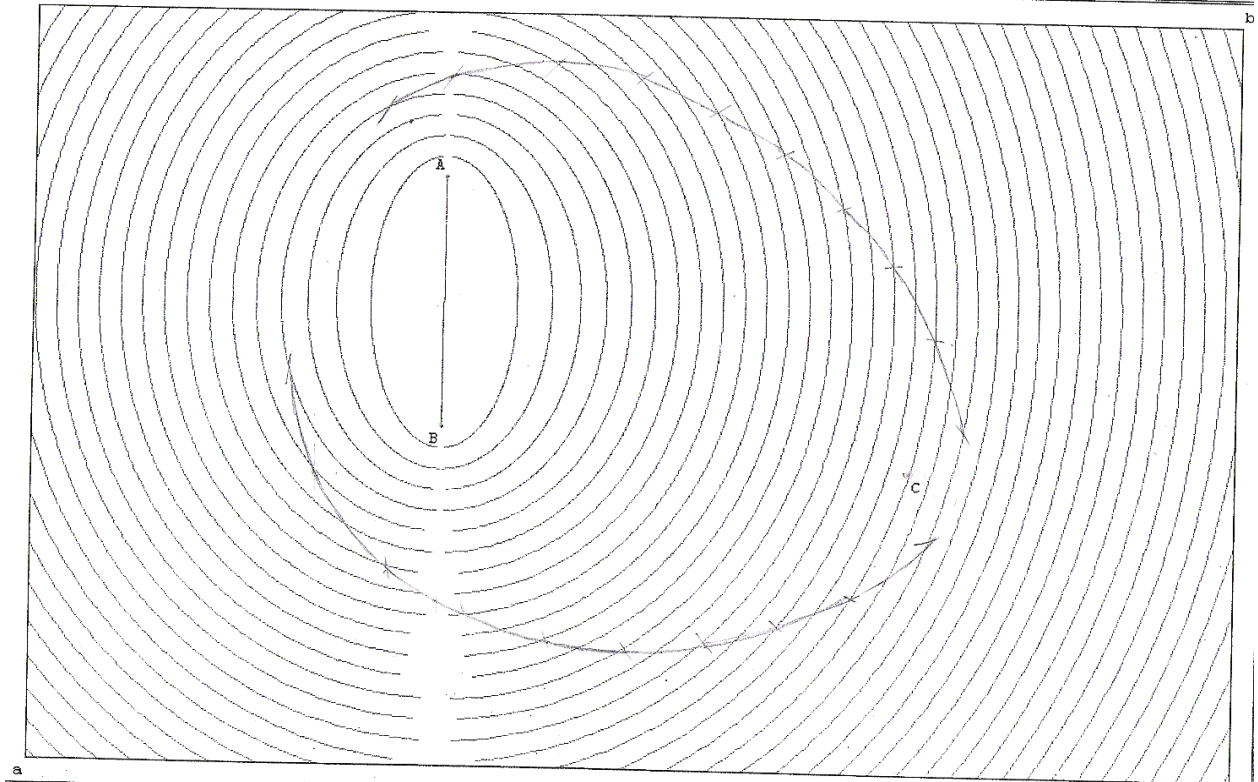
$$MA + MB + MC = 7.$$

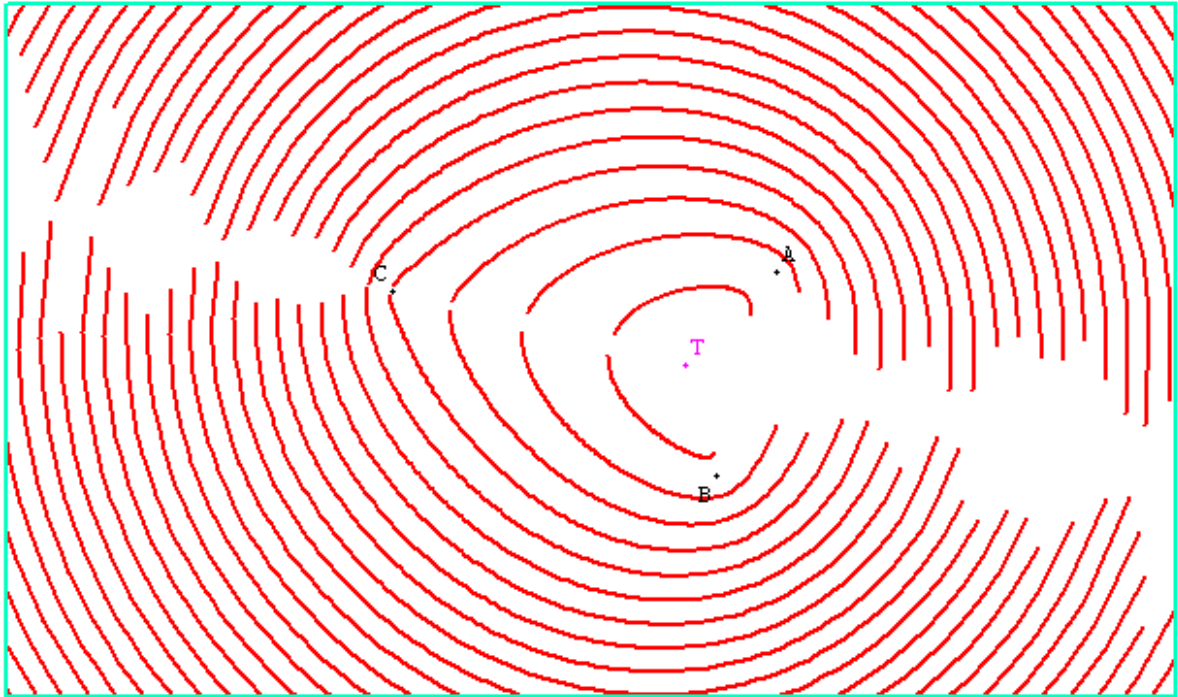


De la même manière en faisant l'ellipse de A et B de rang  $x$  et un cercle de centre C et de rayon  $7-x$ , on obtient la ligne de niveau 7.



Finalement, nous sommes arrivés à tracer cette ligne de niveau à la main, puis avec l'aide de M. Muller, nous avons pu tracer les lignes de niveau à l'ordinateur. On obtient ainsi une courbe de la forme d'un ovoïde.





Là encore, le point le plus loin semble toujours être dans un angle du rectangle.

## QUESTIONS OUVERTES

Peut-on trouver des cas de figures où le point le plus loin n'est pas un sommet du rectangle ?

Que se passe-t-il si on change les distances ?

