

Automates cellulaires

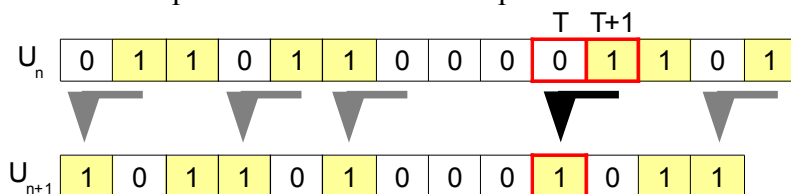
Par Marie LACROIX, Sébastien SAGET et Anthony DALL'AGNOLA, élèves de seconde du lycée d'Altitude de Briançon.



Explications :

Un automate cellulaire est une suite de lignes de 0 et 1, avec des règles qui déterminent la case T de la ligne $n+1$ en fonction de certains voisins de cette case à la ligne n .

Nous considérerons ici l'automate cellulaire qui obéit à la règle suivante : on passe d'une ligne à la suivante en faisant l'addition binaire ($0+0=0$; $1+1=0$; $1+0=1$) de la valeur à la position T avec celle à la position $T+1$.



But :

Le but de notre travail a été de trouver comment évoluent ces suites.

Après plusieurs recherches, nous avons abouti aux théorèmes suivants :

- Une ligne de 1 fait zéro à l'étape suivante.
- Une ligne de zéro qui finit ou commence par un 1 fait 1 au bout d'un certain nombre d'étapes.
- Si la suite est périodique, elle aboutit à zéro.

Exemples :

0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
2	0	0	0	0	0	0	0	0		

Exemples :

00000001 donne 1 au bout de 7 étapes.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0	1	
2	0	0	0	0	0	1			
3	0	0	0	0	1				
4	0	0	0	1					
5	0	0	1						
6	0	1							
7	1								

11111110 donne 0000001 l'étape suivante puis 1 au bout de 6 étapes.

0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	
2	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0		
3	1	0	1	1	0	1	1	0	1			
4	1	1	0	1	1	0	1	1				
5	0	1	1	0	1	1	0					
6	1	0	1	1	0	1						
7	1	1	0	1	1							
8	0	1	1	0								
9	1	0	1									
10	1	1										
11	0											

Nous avons fait aussi des recherches pour savoir si on ne pouvait pas « couper » une suite en sous-suites de tailles plus petites et faire évoluer indépendamment ces sous-suites.

Pour le moment, ces recherches n'ont pas abouti. Par contre, nous avons étudié toutes les suites de taille 3 et 4.

Étude des suites de 4 chiffres :

0000=>0	1111=>0	0001=>1	0010=>1
0100=>1	1000=>1	0011=>0	0110=>0
1100=>0	1001=>0	1010=>0	0101=>0
0111=>1	1011=>1	1101=>1	1110=>1

Étude des suites de 3 chiffres :

000=>0	111=>0	001=>1	110=>1
100=>1	011=>1	010=>0	101=>0

Règle : Dans les groupes de quatre, si le nombre de 1 est impair, alors on obtient 1 sinon un 0.

Règle : Dans les groupes de trois, si vous avez une paire de 1 ou de 0 à une extrémité, alors vous obtenez 1.