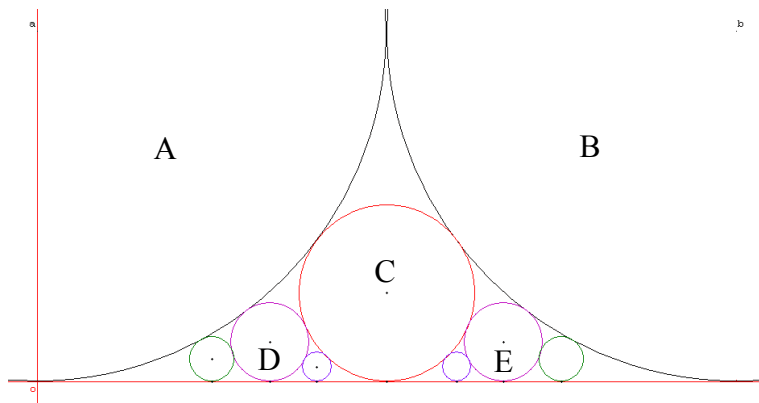


# Les suites de Farey et les cercles de Ford

Par Anaël CHAUVET,  
Audrey DURBIN et Irène RAPIN,  
élèves de secondes du lycée d'Altitude de Briançon.

## Notre problème :

Nous avons tracé deux grands cercles de rayon  $\frac{1}{2}$ , de centre a(0;1/2) et b(1;1/2) (notés A et B)



Tangent aux deux cercles et à l'axe des abscisses, nous avons tracé un cercle (noté C)  
Ensuite, il faut placer un cercle tangent aux cercles A et C et à l'axe des abscisses et de même, un cercle tangent à C et B et à l'axe des abscisses. (notés D et E)

Problème : comment trouver les abscisses des centres des cercles suivants (en répétant le processus) ?

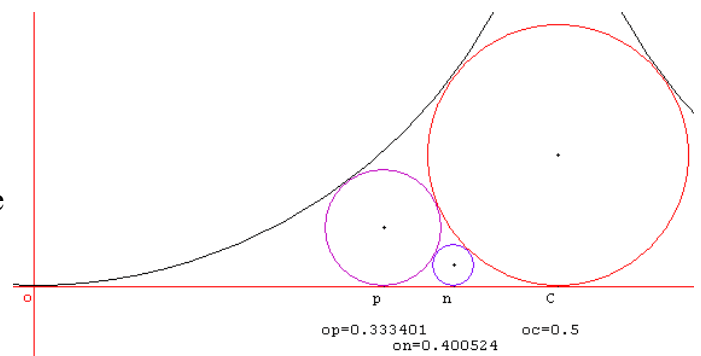
## Nos recherches :

Avec le logiciel Géoplan, nous avons construit les cercles approximativement et nous avons demandé les abscisses des centres.

Avec ces valeurs, nous avons cherché les fractions les plus proches qui correspondaient à ces valeurs.

## Exemple :

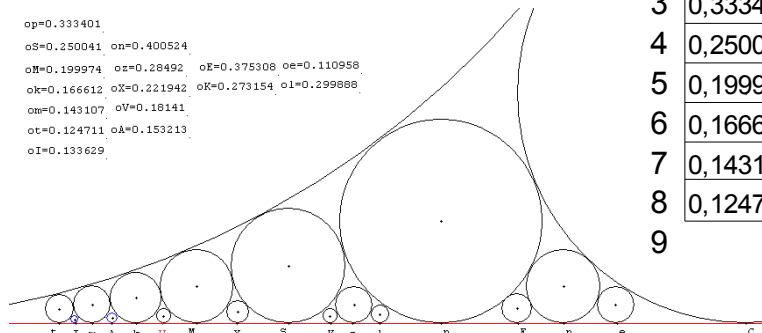
Le centre du cercle p a pour abscisse  $op=0,333401$ , qui est proche de la fraction  $\frac{1}{3}$  et le centre du cercle n a pour abscisse  $on=0,400524$ , qui est proche de  $\frac{2}{5}$ .



Étapes

Valeurs observées (fractions approchées)

1	0 (0/1)	1 (1/1)		
2	0,5 (1/2)			
3	0,3334 (1/3)			
4	0,2500 (1/4)	0,4005 (2/5)		
5	0,1999 (1/5)	0,2849 (2/7)	0,3753 (3/8)	0,4293 (3/7)
6	0,1666 (1/6)	0,2219 (2/9)	0,2731 (3/11)	0,2998 (3/10)
7	0,1431 (1/7)	0,1814 (2/11)		
8	0,1247 (1/8)	0,1532 (2/13)		
9		0,1336 (2/15)		



À la recherche de la logique dans la progression :

Après avoir converti en fraction les différentes valeurs au tableau, on a observé une certaine logique dans ces fractions.

**Arriverez-vous à trouver la logique ?**

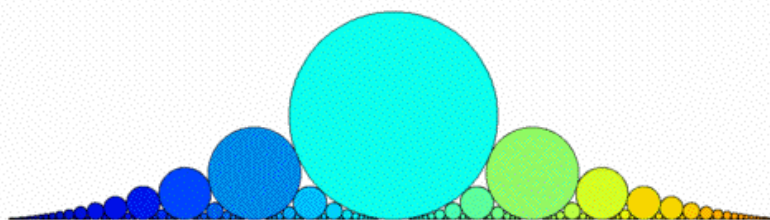
Étape 1 :  $\frac{0}{1}; \frac{1}{1}$

Étape 2 :  $\frac{0}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{1}$

Étape 3 :  $\frac{0}{1}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{1}{1}$

Étape 4 :  $\frac{0}{1}; \frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \frac{2}{5}; \frac{1}{2}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{1}{1}$

Étape 5 :  $\frac{0}{1}; \frac{1}{5}; \frac{1}{4}; \frac{2}{7}; \frac{1}{3}; \frac{3}{8}; \frac{2}{5}; \frac{3}{7}; \frac{1}{2}; \frac{4}{7}; \frac{3}{5}; \frac{5}{8}; \frac{2}{3}; \frac{5}{7}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{1}{1}$



[Indice : le processus pour passer de l'étape n à l'étape n+1 est parfois appelé « addition du cancre ».]