

*Fortification et attaque
d'une place forte
à la Vauban*

*Sujet MATH.en.JEANS
du lycée d'Altitude de Briançon
2007/2008*

*Par DOVETTA Benjamin et LETOWSKI
Bastien élèves de T°S3
et HUGÉUX François, BERNARD Valentin et
CLAIRET Jonathan élèves de T°S3*

Première partie : La forme des fortifications

Introduction :

Le travail de l'année 2007 nous a permis de construire une fortification munie de meurtrières dont l'ensemble des murs étaient couverts par au moins un soldat.

Cette année, notre projet a consisté dans la réalisation d'une « ceinture de sécurité » (définie plus loin) tout autour de la fortification.

Pré-requis :

Après notre rencontre avec Nicolas Faucherre, il nous a conseillé de reprendre notre travail, sachant que les tirs des soldats, réalisés au parapet, sont perpendiculaires au mur sur lequel les soldats sont postés.

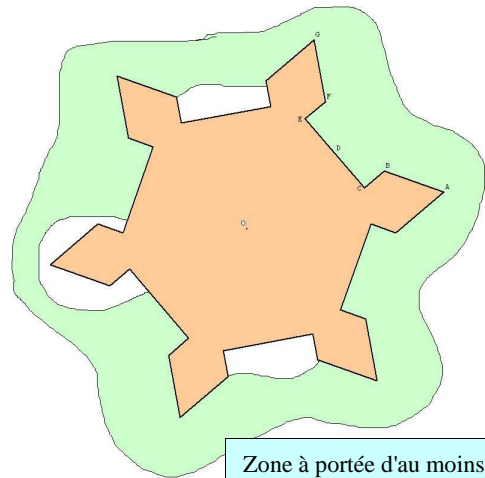
Comme l'année dernière, on conserve la portée de tir de 150 m et le fait que la fortification soit un ensemble de murs fermés. Nous sommes partis de la forme de l'année dernière avec le souci de la modifier le moins possible.



Présentation par les élèves à la Commission française pour l'UNESCO le 27/03/2008

Contrainte :

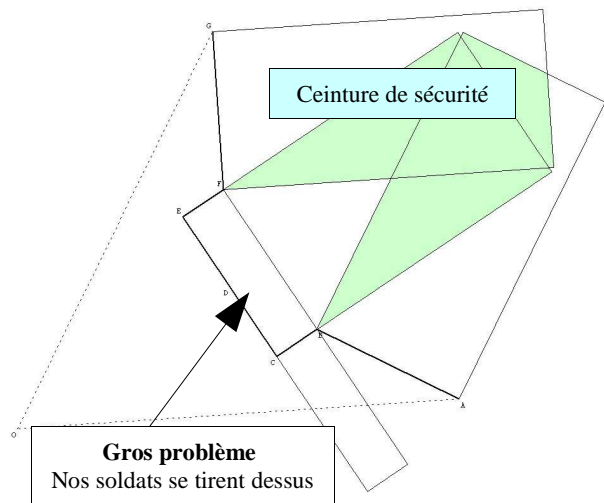
La ceinture de sécurité est formée de la zone couverte par au moins deux tirs ; elle doit former une « couronne » autour de la fortification.



Zone à portée d'au moins deux tirs (ceinture de sécurité)

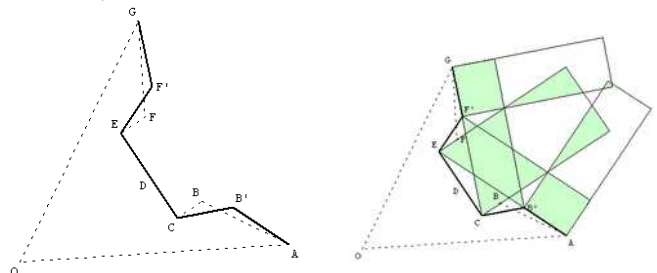
La nouvelle structure :

Notre étude repart de la forme à laquelle nous avons abouti l'année dernière :



Première modification :

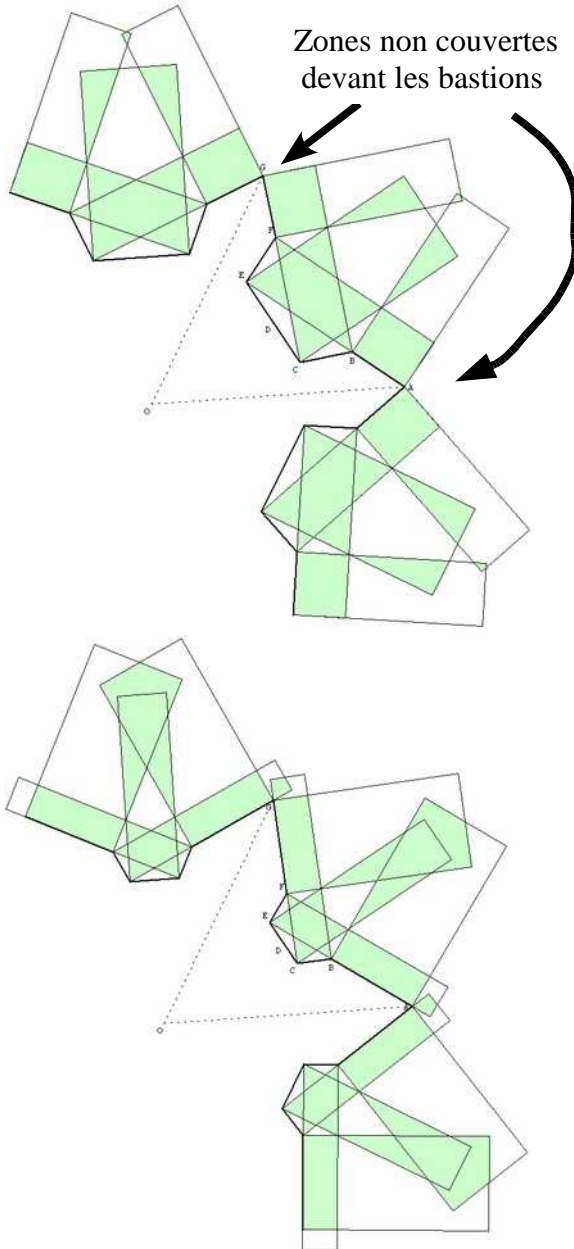
Il nous faut « ouvrir » l'angle entre la courtine et le flanc, initialement de 90°.



Deuxième modification :

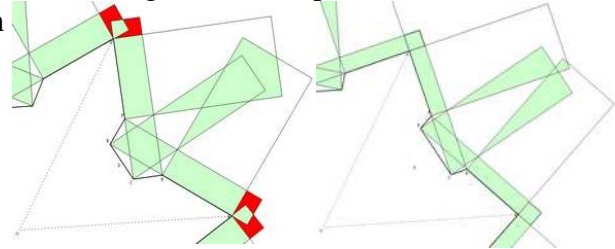
Notre ceinture semble prendre forme. Mais si On s'aperçoit qu'il y a encore une imperfection à nous regardons ce qui se passe tout autour de la la pointe du bastion : notre zone n'est pas étanche fortification, nous voyons apparaître un problème à cet endroit (zone rouge sur le dessin ci-dessous).

Pour corriger ce problème, nous avons réduit la distance de A à E. Elle ne doit plus faire 150 m mais moins.

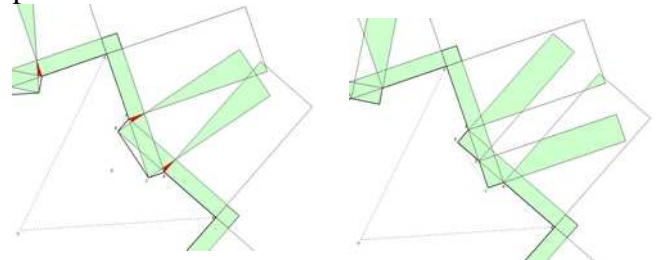


Troisième modification :

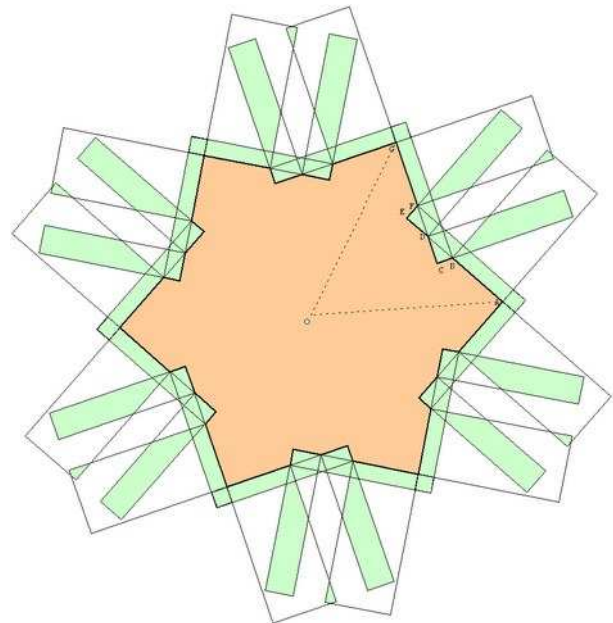
On s'aperçoit qu'il y a encore une imperfection à nous regardons ce qui se passe tout autour de la la pointe du bastion : notre zone n'est pas étanche fortification, nous voyons apparaître un problème à cet endroit (zone rouge sur le dessin ci-dessous). Pour corriger ce problème, nous avons créé un angle droit à la pointe du bastion.



Mais un dernier secteur rend notre zone perméable.



Après de nombreuses recherches, nous avons coupé la courtine en deux pour venir couvrir la dernière zone non protégée de notre ceinture de sécurité.

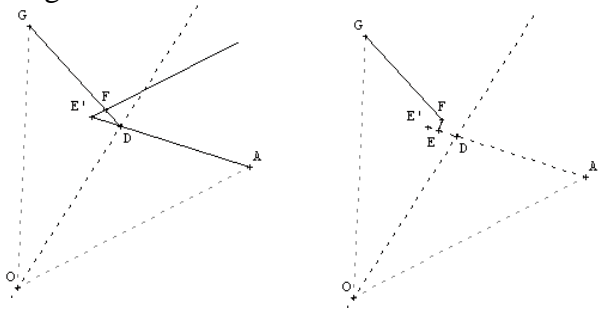
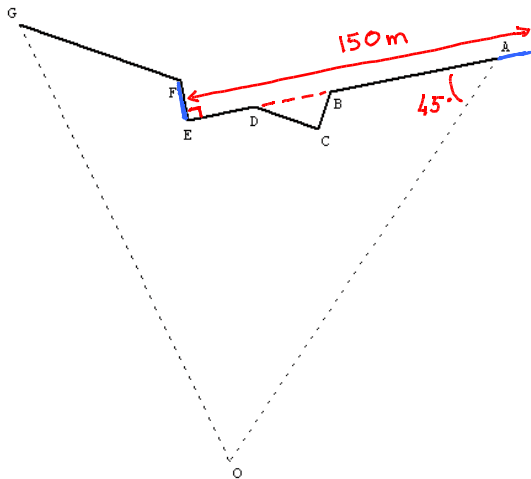


Présentation lors du congrès MATH.en.JEANS avec des élèves de Longwy

Construction :

Maintenant que nous avons notre forme rectangle isocèle, ainsi l'angle $EE'F=45^\circ$. « idéale », nous allons passer à la partie Autrement dit F est à l'intersection de (GD) et de l'image de (E'A) par la rotation de centre E' et l'angle 45° . Sur le dessin ci-dessous nous retrouvons les exigences que doit respecter notre construction.

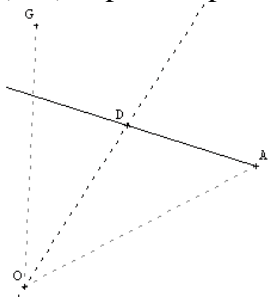
Le problème est de trouver le point E sur [AD] pour que $EF+EA=150$. On a le triangle E'EF 45° . Autrement dit F est à l'intersection de (GD) et de l'image de (E'A) par la rotation de centre E' et l'angle 45° .



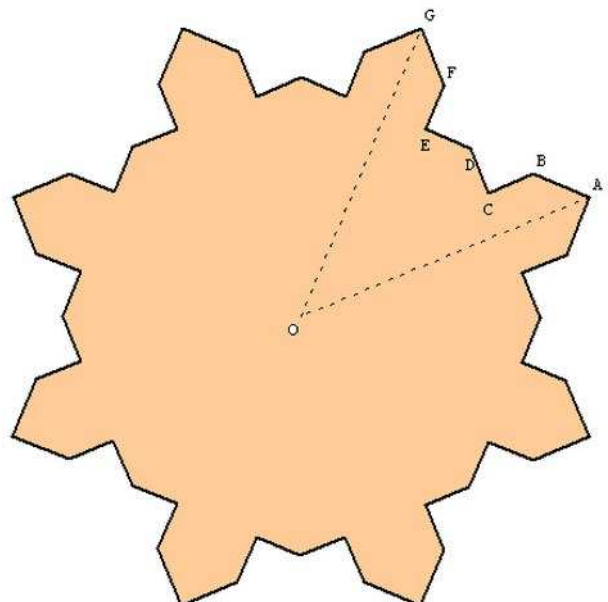
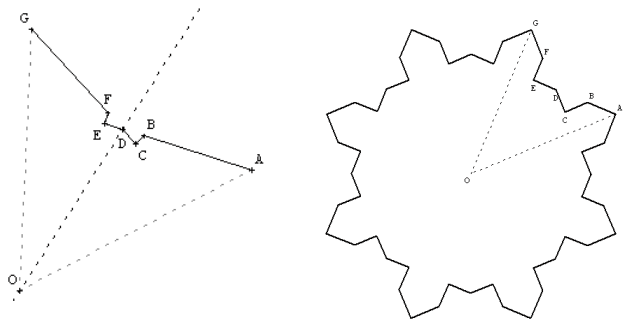
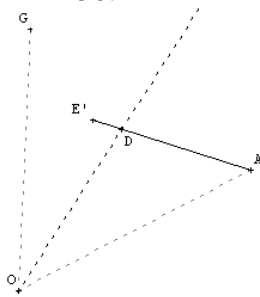
E est le projeté orthogonal de F sur (AE'). Et C et B sont les images de E et F par la symétrie d'axe (OD).

Les étapes :

Les points O,A,G sont donnés et l'angle AOG est un diviseur de 360° . Le point D : intersection de la bissectrice de AOG et d'une droite faisant un angle de 45° avec (AO) et passant par A.



On construit un point E' sur (AD) tel que $AE'=150$.

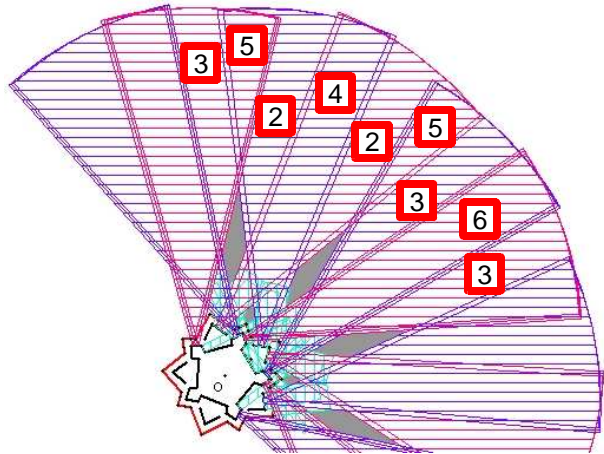
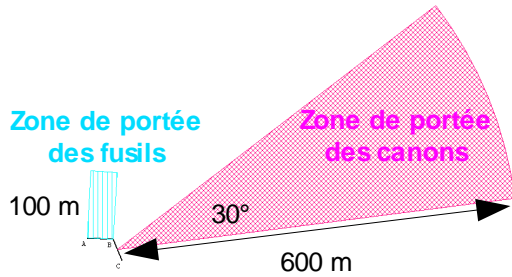


Deuxième partie : L'attaque d'une fortification Plan de tirs : quelles sont les zones à atteindre et à éviter ?

Introduction :

Nous avons essayé de résoudre le problème de l'attaque d'une fortification dont la forme nous est imposée.

Les canons ont une portée de 600 mètres (6 canons par bastion et 4 par demi-lune) et tirent avec un angle de 30°. Les fusils, quant à eux, tirent perpendiculairement au mur et ont une portée de 100 mètres.



? Nombre de canons qui peuvent atteindre cette zone

■ Zones libres

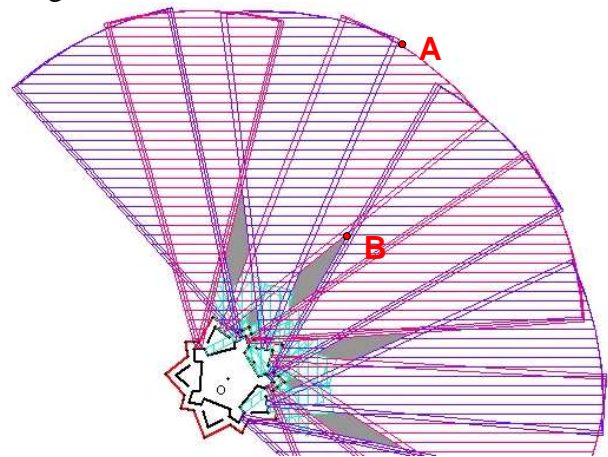
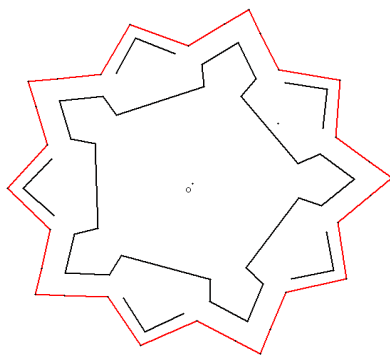
Approche : comment atteindre les « zones libres » ?

Problème :

Notre problème fut alors d'arriver à atteindre le mur extérieur de la fortification (chemin de garde) en traversant le moins de zones de tir de canons. La tranchée pourra être creusée du point A au point B, ainsi elle ne sera pas dans l'alignement des tirs afin de protéger les hommes.

Pour atteindre la première zone libre, on traversera la zone de tir avec le moins de portées de canons. La tranchée pourra être creusée du point A au point B, ainsi elle ne sera pas dans l'alignement d'un tir comme le veut le cahier des charges.

Forme de départ :



Les contraintes :

- Portée de tir des canons de 600 mètres avec un angle de 30°
- Portée de tir des fusils de 100 mètres perpendiculaire au mur
- Réaliser un chemin (une tranchée) traversant le moins de zones de tir possible
- Les tranchées ne doivent pas être dans l'alignement d'un tir

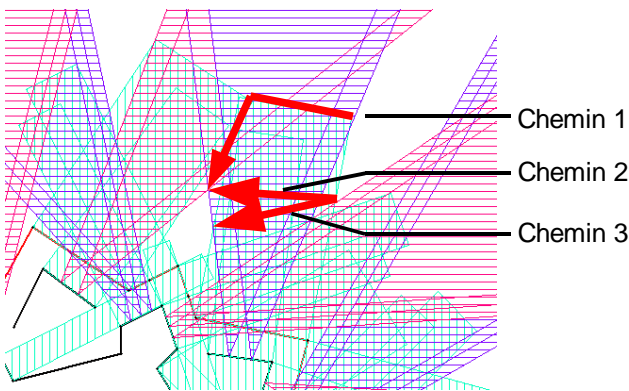
Attaque :

Nous sommes désormais arrivés dans une zone libre, mais nous ne sommes pas encore en contact avec la fortification. Il nous faut chercher à atteindre la deuxième zone libre, qui pourra nous permettre de nous approcher le plus possible de la fortification, voire de la toucher. Pour arriver à la zone la plus proche, nous devons

traverser un nombre conséquent de tirs de canons et de fusils : la question est de savoir quel chemin prendre pour arriver en zone libre avec le moins de « pertes » possible.

Pour cela, nous allons affecter un coefficient à chaque arme, puis nous multiplierons la distance parcourue par ce coefficient pour avoir un ordre d'idée du danger encouru.

- Les canons auront donc un coefficient multiplicateur de 3
- Les fusils auront un coefficient multiplicateur de 1



Après une brève étude, on s'aperçoit qu'il y a 3 chemins possibles.

Calculons à présent lequel est le plus « sûr » :

- Chemin 1 :

$$9,5 \times 3 + 11 \times 6 + 12 \times 9 + 16 \times 12 + 17 \times 14 + 7,5 \times 12 + 20 \times 6 = 842,5$$

- Chemin 2 :

$$7,6 + 9,6 \times 4 + 29,5 \times 8 + 4,4 \times 4 + 5,2 \times 3 = 315,2$$

- Chemin 3 :

$$5,7 \times 4 + 3,7 \times 5 + 25,6 \times 8 + 11,4 \times 4 + 8,6 = 300,3$$

Nous en déduisons que le chemin 3 est le moins exposé aux tirs, c'est donc le chemin à choisir pour creuser notre tranchée afin d'arriver au contact de la fortification et ainsi pouvoir prendre celle-ci en attaquant la pointe du chemin couvert face au bastion.

