

# Mathématiques Sans Frontières



## Epreuve de découverte - Edition 2009

- ✓ Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.
- ✓ Des explications ou des justifications sont demandées pour tous les exercices sauf les numéros 4, 7 et 8.
- ✓ Toute solution même partielle sera examinée.
- ✓ Le soin sera pris en compte.

Mathématiques  
SANS  
Frontières

### Exercice 1 7 points

### Peut-être ?

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Chantal möchte das Fahrrad benutzen, das ihr ihre Freundin ausgeliehen hat. Unglücklicherweise hat sie die dreistellige Kombination des Fahrradschlösses vergessen.

Mit Geduld und Methode beginnt sie, durch aufeinanderfolgende Versuche, die richtige Kombination herauszufinden. Für jeden Versuch benötigt sie ungefähr zwei Sekunden.

Chantal denkt, dass sie kaum Chancen hat, die richtige Kombination in weniger als dreißig Minuten zu finden.

**Denkt ihr das auch? Begründet eure Antwort.**

Chantal wants to use the bike her friend has lent her. Unfortunately, she has forgotten the anti-theft code which has three numbers.

Patiently and methodically she tries to find the combination again.

Each attempt takes her about 2 seconds.

Chantal thinks she has little chance to find the correct combination in less than 30 minutes.

**Do you agree with her? Justify.**

Chantal quiere usar la bicicleta que le ha prestado su amigo. Por desgracia no se acuerda del código de tres cifras del candado antirrobo.

Con mucha paciencia, va ensayando paso a paso las posibilidades para recuperar la combinación.

Cada prueba le lleva aproximadamente 2 segundos.

Chantal piensa que tiene pocas posibilidades de encontrar la combinación correcta en menos de 30 minutos.

**¿ Está de acuerdo con ella ? Justifique la respuesta.**

Chantal desidera usare la bicicletta prestatale da un suo amico.

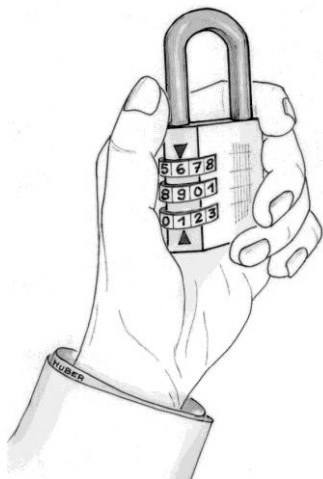
Sfortunatamente ha dimenticato il codice di tre cifre dell'antifurto.

Procede pazientemente e metodicamente con tentativi successivi per recuperare la combinazione.

Per ogni tentativo impiega circa 2 secondi.

Chantal ritiene di avere poca possibilità d'individuare in meno di trenta minuti la combinazione corretta.

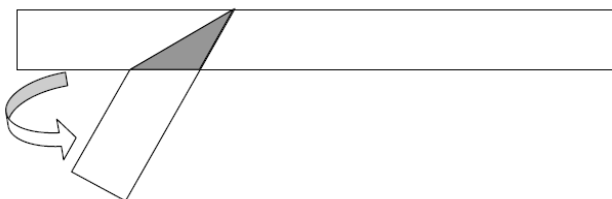
**Siete d'accordo con lei ? Motivate la vostra risposta.**



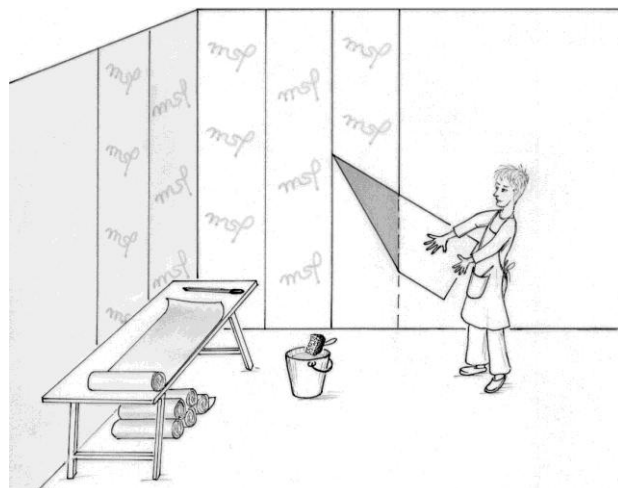
### Exercice 2 5 points

### C'est plié ?

Comment plier une bande de papier pour que l'aire du triangle grisé soit la plus petite possible ?

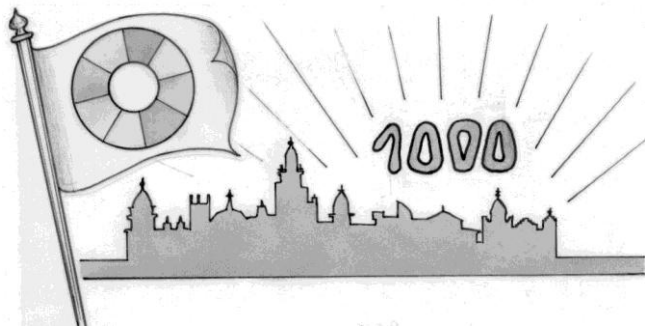


**Coller un tel pliage sur la feuille-réponse. Justifier que dans ce cas l'aire est minimale.**



**Exercice 3**  
7 points

## Logo neuf



Pour fêter le millénaire de la ville, le centre de tourisme crée un concours pour trouver un logo symbolisant la ville et ses huit villes partenaires.

Amélie propose un logo composé d'un disque entourée d'une couronne. La couronne est partagée en 8 secteurs. Le disque central représente sa ville et les 8 secteurs les villes partenaires.

Amélie souhaite que chacun des secteurs ait la même aire que le disque central. Elle a dessiné le disque central avec un diamètre de 4 cm.

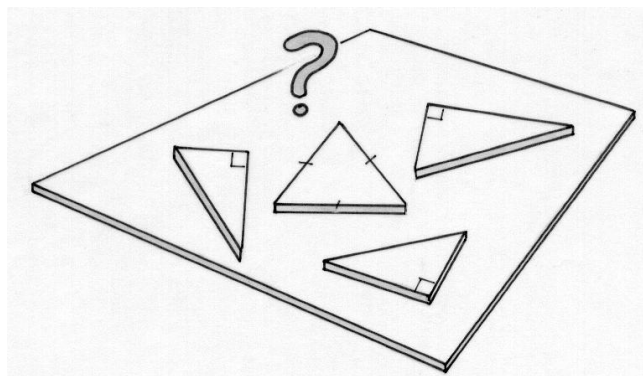
**Calculer le rayon du grand cercle. Et dessiner le logo sur la feuille-réponse.**

**Exercice 4**  
5 points

## Un pour trois

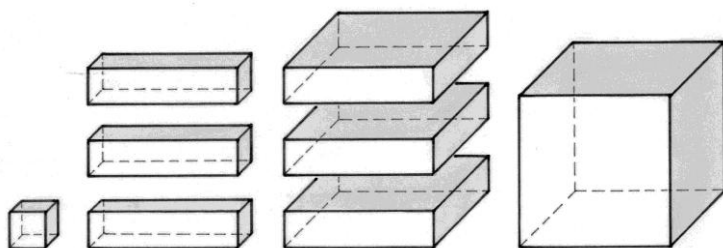
Marcel aime les puzzles. Il a bordé sur ses trois côtés un triangle équilatéral par trois triangles rectangles. L'assemblage obtenu est un nouveau triangle rectangle.

**Coller un tel assemblage sur la feuille-réponse et indiquer les angles des triangles.**



**Exercice 5**  
7 points

## Expression cubiste



La figure ci-contre montre un cube d'arête  $a$ , un petit cube d'arête  $b$  et six pavés droits dont les arêtes mesurent  $a$  ou  $b$ .

Il est possible de juxtaposer ces huit pièces de sorte que, deux à deux, elles aient alors une face commune ou juste une arête commune ou juste un sommet commun. L'assemblage ainsi constitué est alors un grand cube.

**Représenter cet assemblage en perspective cavalière.**

**Ecrire de deux façons différentes l'expression du volume du grand cube en fonction de  $a$  et  $b$  pour obtenir une égalité remarquable.**

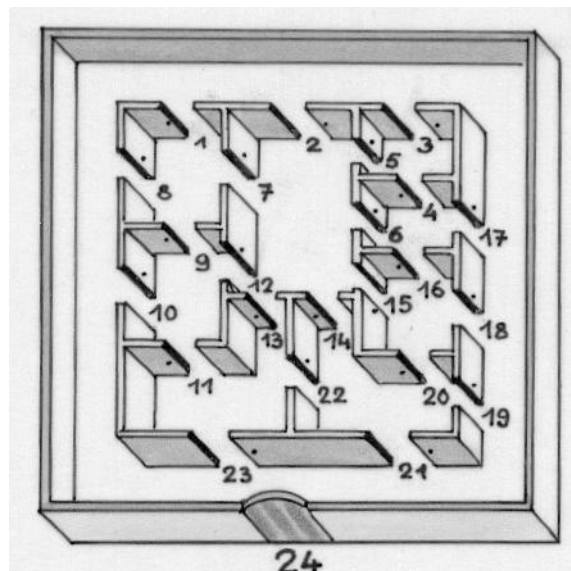
**Exercice 6**  
5 points

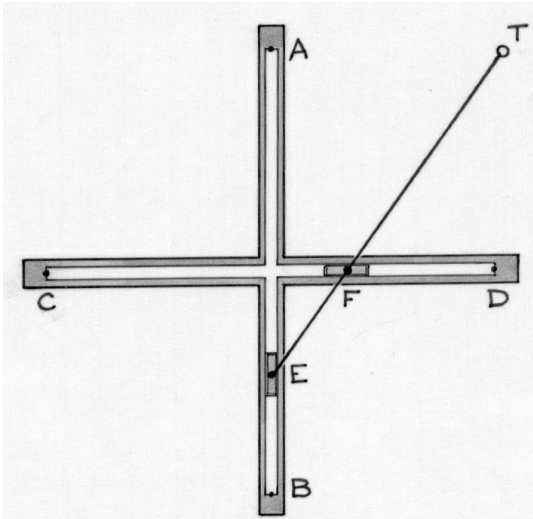
## Caricéral

Les murs de ce labyrinthe sont infranchissables. Lorsque vous franchissez une porte intérieure elle se ferme automatiquement. Partout où vous vous trouvez, vous avez accès à des boutons « réinitialisation ». En appuyant sur un de ces boutons, vous ouvrez simultanément toutes les portes intérieures. Vous pouvez utiliser ces boutons plusieurs fois.

Vous pénétrez seul dans le labyrinthe par la porte n°24. Elle se ferme. Toutes les portes intérieures sont ouvertes. Vous êtes prisonnier. La porte n°24 ne s'ouvrira définitivement que lorsque toutes les portes intérieures seront fermées.

**Reproduire le dessin du labyrinthe, tracer le parcours et expliquer votre stratégie qui permettra votre libération.**





**Exercice 7**  
7 points

*En coulisses*

Tanguy a une drôle de machine qui se compose :

- de deux pièces de bois de même longueur  $AB = CD = 10$  cm, portant chacune une rainure et assemblées en leur milieu à angle droit,
- d'une tige mobile portant deux tenons E et F espacés de 3 cm. Le tenon E coulisse dans la rainure AB et le tenon F coulisse dans rainure CD. La tige porte une pointe traceuse T. La distance ET est égale à 9 cm.

Tanguy expérimente la machine en faisant coulisser les deux tenons dans les rainures.

**Réaliser le tracé obtenu par Tanguy.**

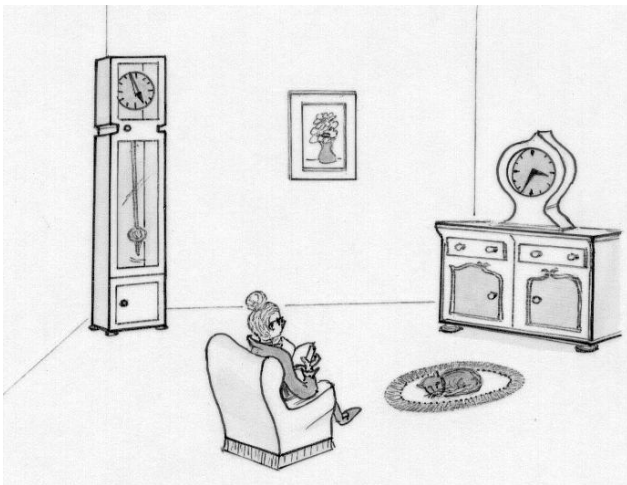
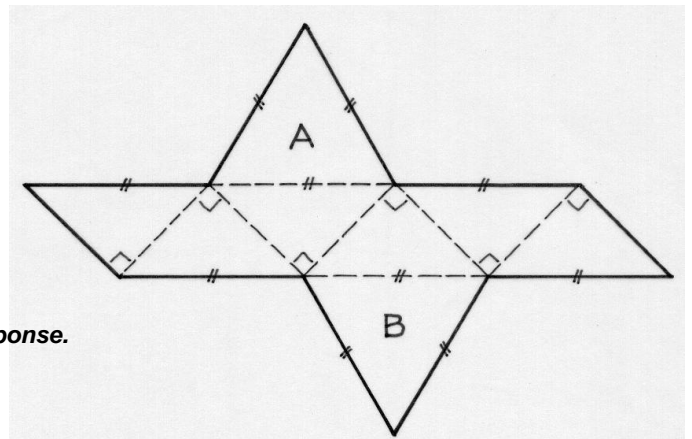
**Exercice 8**  
5 points

*Trois pour un*

Voici le patron d'un solide qui a les triangles équilatéraux A et B comme bases.

En assemblant ce solide et deux pyramides identiques à 4 faces dont l'une a pour base A et l'autre pour base B, on obtient un cube.

**Tracer un patron d'une de ces pyramides sur la feuille-réponse.**



**Exercice 9**  
7 points

*Tic tac tac tic*

Tante Yvonne a deux horloges qui fonctionnent mal. La première avance et gagne deux minutes par heure. La seconde retarde et perd une minute par heure. Tante Yvonne règle ses deux horloges simultanément sur midi pile.

**Dans combien de temps les deux horloges indiqueront-elles la même heure ? Justifier.**

**Exercice 10**  
10 points

*La coupe est pleine*

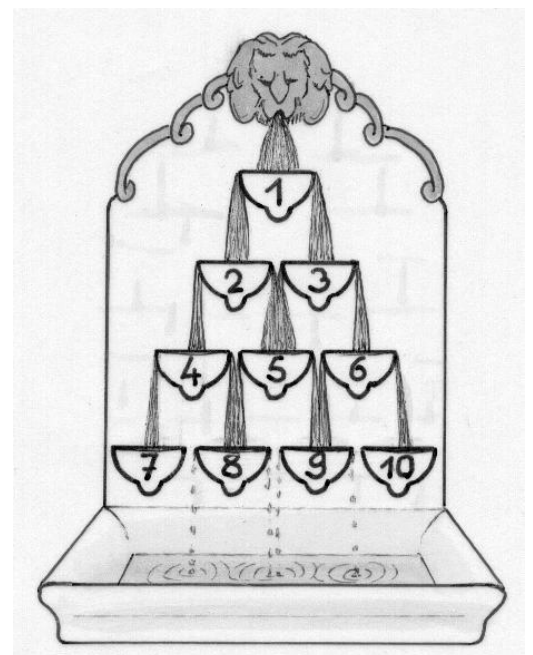
Voici le schéma d'une fontaine.

Chaque vasque peut contenir 1 litre d'eau, avant de déborder équitablement vers les deux vasques se trouvant en dessous d'elle.

Au début, toutes les vasques sont vides.

**Combien de litres d'eau au minimum faut-il verser dans la vasque n°1 pour remplir complètement la vasque n°5 ?**

**Même question pour la vasque n°4 puis la vasque n°8. Expliquer les réponses.**



# SPECIAL SECONDE

## Exercice 11 5 points

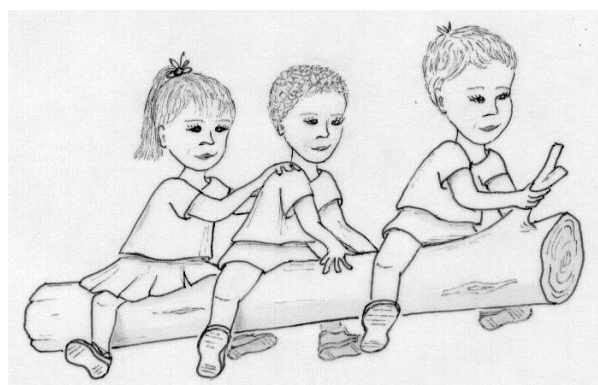
### Octomanie

Xiu souhaite personnaliser le code d'accès à 4 chiffres de son blog. Elle aime bien le chiffre 8 qui est synonyme de chance, de prospérité et d'infini dans la culture chinoise. Xiu se dit que le code « 8888 » est bien trop facile à tester. Quant à  $8^{88}$  cela fait trop de chiffres !

Xiu fabrique son code ainsi :

- le chiffre des unités du code est le chiffre des unités de  $8^{88}$  ;
- le chiffre des milliers du code est le premier chiffre de  $8^{88}$  ;
- entre les deux, elle inscrit le nombre total de chiffres que comporte l'écriture décimale de  $8^{88}$ .

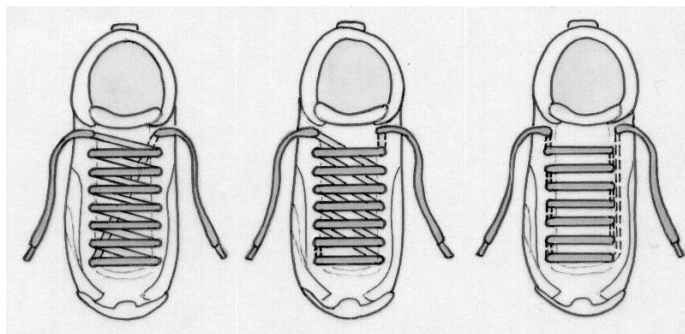
Trouver le code du blog de Xiu.



## Exercice 12 7 points

### C'est pas bouclé

Benjamin, Claire et Dounia portent des chaussures identiques, de la même pointure, mais leurs lacets ne sont pas enfilés de la même manière dans les œillets.



Sur chaque chaussure, les 16 œillets sont disposés régulièrement sur les deux côtés de longueur 7 cm d'un rectangle de largeur  $a$  cm, comme indiqué sur la figure. Les extrémités libres des lacets ont la même longueur mais les trois lacets n'ont pas des longueurs égales.

De ces trois laçages, quel est celui qui utilise les lacets les plus courts ? Justifier. On pourra comparer ces laçages brin par brin.

## Exercice 13 10 points

### Que reste-t-il ?



SIERPINSKI Waclaw  
1882 - 1969

Prenez un triangle équilatéral bleu.

Si on enlève le triangle des milieux de ses côtés, on obtient une dentelle de Sierpinski de rang 1.

Si on enlève à chacun des triangles bleus restants le triangle des milieux de ses côtés, on obtient une dentelle de Sierpinski de rang 2.

Si on continue ainsi, étape par étape, on obtient des dentelles de Sierpinski de rangs supérieurs.

Représenter sur la feuille-réponse une dentelle de Sierpinski de rang 3. Exprimer son aire, c'est-à-dire l'aire de la partie bleue, en fraction de l'aire du triangle initial.

Quel est le rang d'une dentelle de Sierpinski dont l'aire est à peu près égale à 10% de l'aire du triangle initial ?

