Control of a lift
Pilotage d'une nacelle
2015-2016

Par Bourel-Belforte Jules, Martin Corentin élèves de première, Grivoz Léon, Jeanpierre Lucas élèves de seconde et D'Hurlaborde Felix, Fine Adèle, Issertine Margot et Maillet Claire élèves de terminale au Lycée d'Altitude de Briançon (Hautes-Alpes-05)
Par Revnic Iulia et Ciceo Ioana, classe 10 du Colégiul National Emil Racovita de Cluj (Roumanie)

Enseignante : Valentina VASILESCU
Chercheuse : Adela LUPESCU (Universitatea Bades-Bolyai de Cluj-Napoca)
Enseignants : Guillaume FAUX, Hubert PROAL et Mickaël LISSONDE
Chercheur : Yves PAPEGAY (INRIA-Sophia Antipolis).

Présentation du sujet

On dispose un moteur à chaque extrémité de corde. Comment faire fonctionner les moteurs pour que la nacelle décrive un segment.

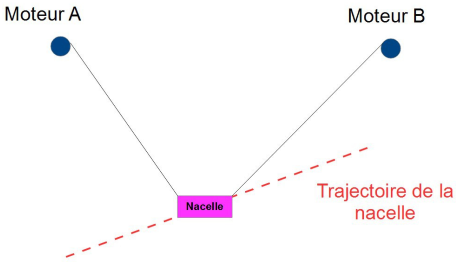


Illustration pour le sujet sur la nacelle

Résultats obtenus

Valorisations des travaux

Présentations lors du forum des mathématiques à Aix-en-Provence (février 2016)
Présentations lors du forum des mathématiques à Cluj (17 mars 2016)
Présentations lors du congrès *MATh.en.JEANS* de Lyon (mars 2016)
Présentations lors de la fête de la science à Cluj (21 mai 2016)

Exposé lors du congrès MeJ de Lyon

Texte de l'article

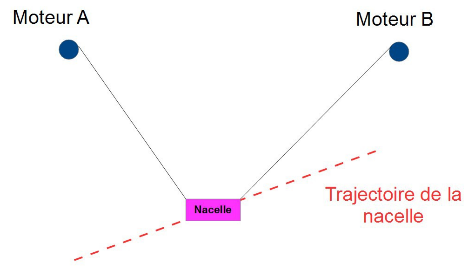
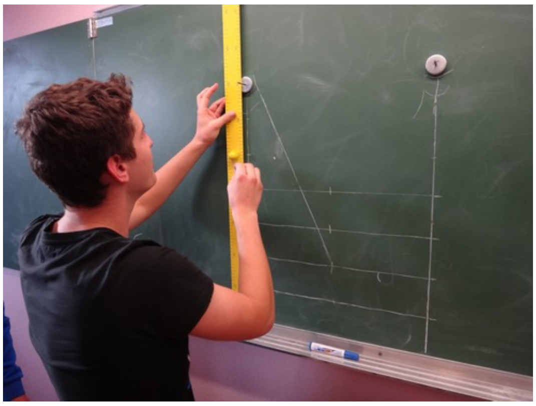


Illustration pour le sujet sur la nacelle

Sujet :
On dispose un moteur à chaque extrémité de corde. Comment faire fonctionner les moteurs pour que la nacelle décrive un segment.

I. Expérimentation

Nous avons fait des mesures « à la main » ou avec Géogébra de la distance de la nacelle à chacun des moteurs en fonction de la position de la nacelle sur la droite.


Expérimentation

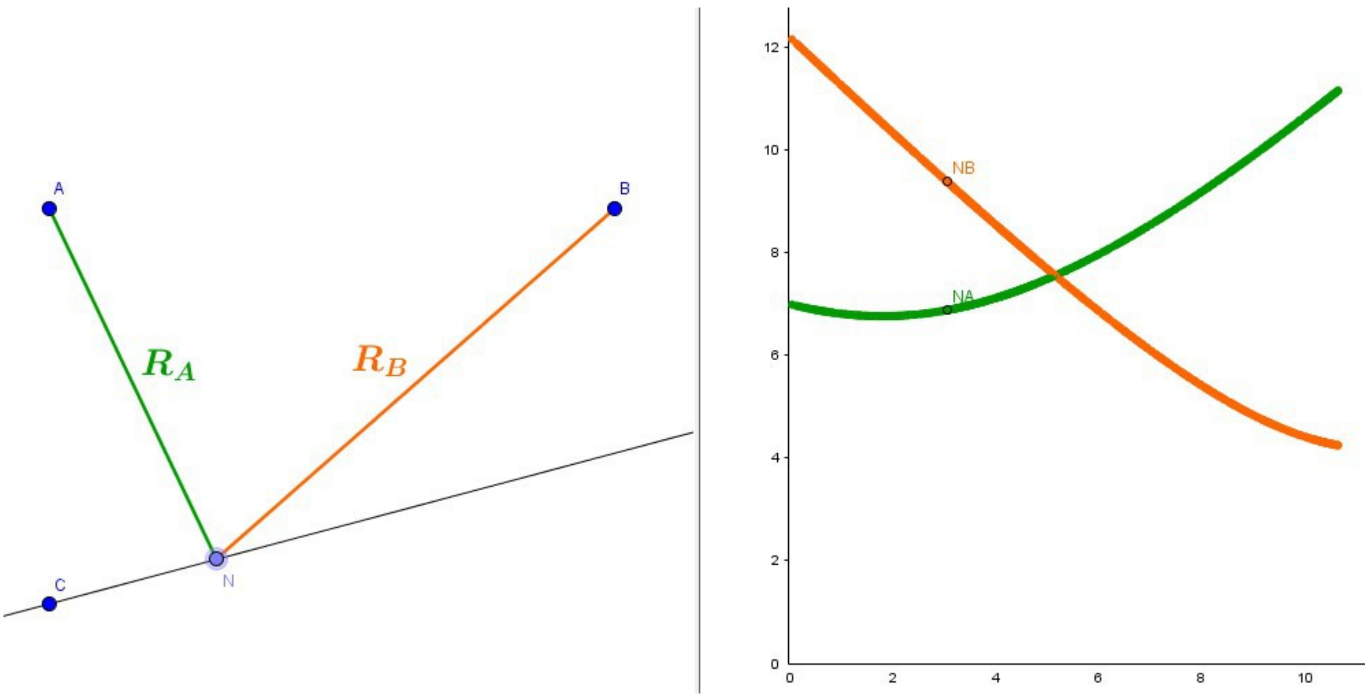


Illustration 1: graphiques (à droite) des longueurs R_A (vert) et R_B (orange) en fonction de la longueur CN

Nous ne sommes pas arrivé à trouver une relation. Sauf dans le cas où la droite est horizontale. Dans ce cas, nous avons deux triangles rectangles et alors $R_A=\sqrt{x^2+(y_A-y_C)^2}$ et $R_B=\sqrt{(10-x)^2+(y_A-y_C)^2}$
Dans le cas ci-dessous x = CN et les graphiques SA et SB correspondent aux fonctions ci-dessus.

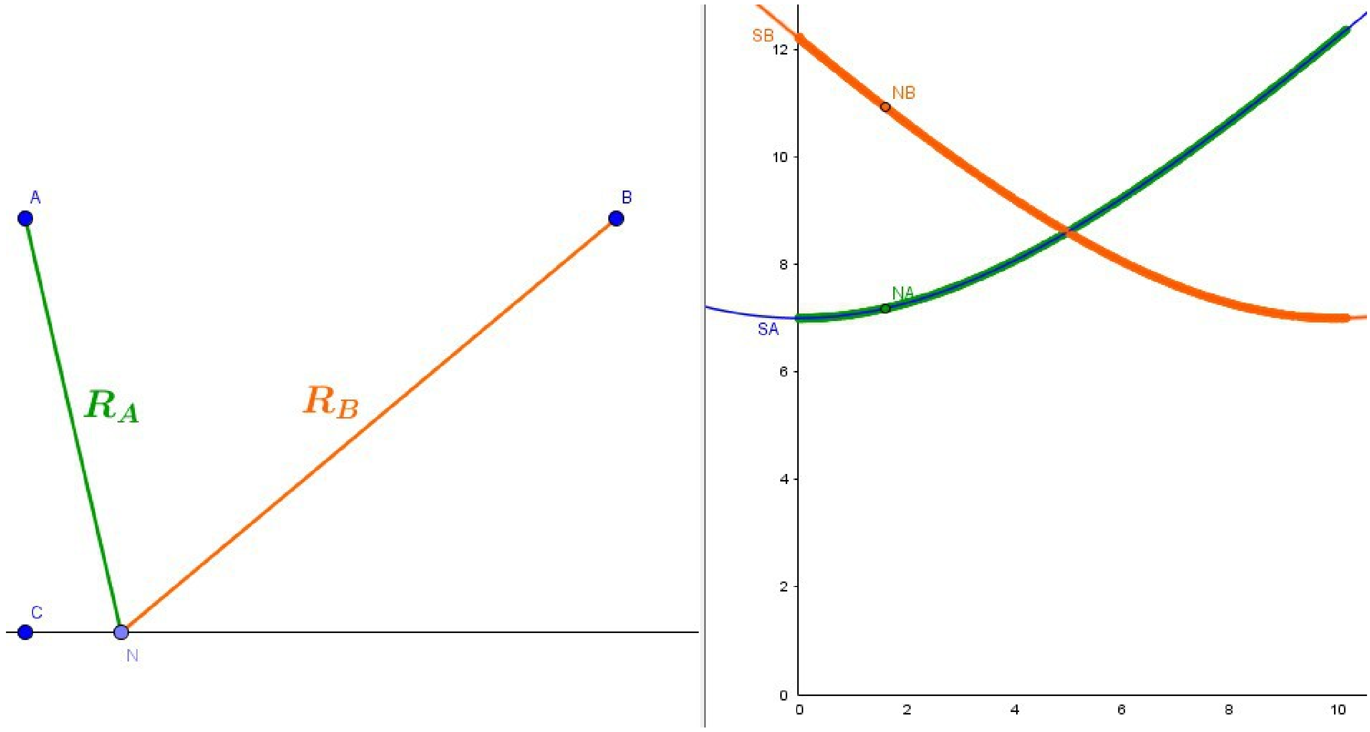


Illustration 2: graphiques qui correspondent aux formules dans le cas où la droite est horizontale

Même si nous arrivons à avoir les fonctions R_A et R_B, comme dans le cas ci-dessus, il serait plus pratique d'avoir R_A en fonction de R_B. En effet il est plus facile de piloter un moteur en fonction d'un autre que les deux séparément.

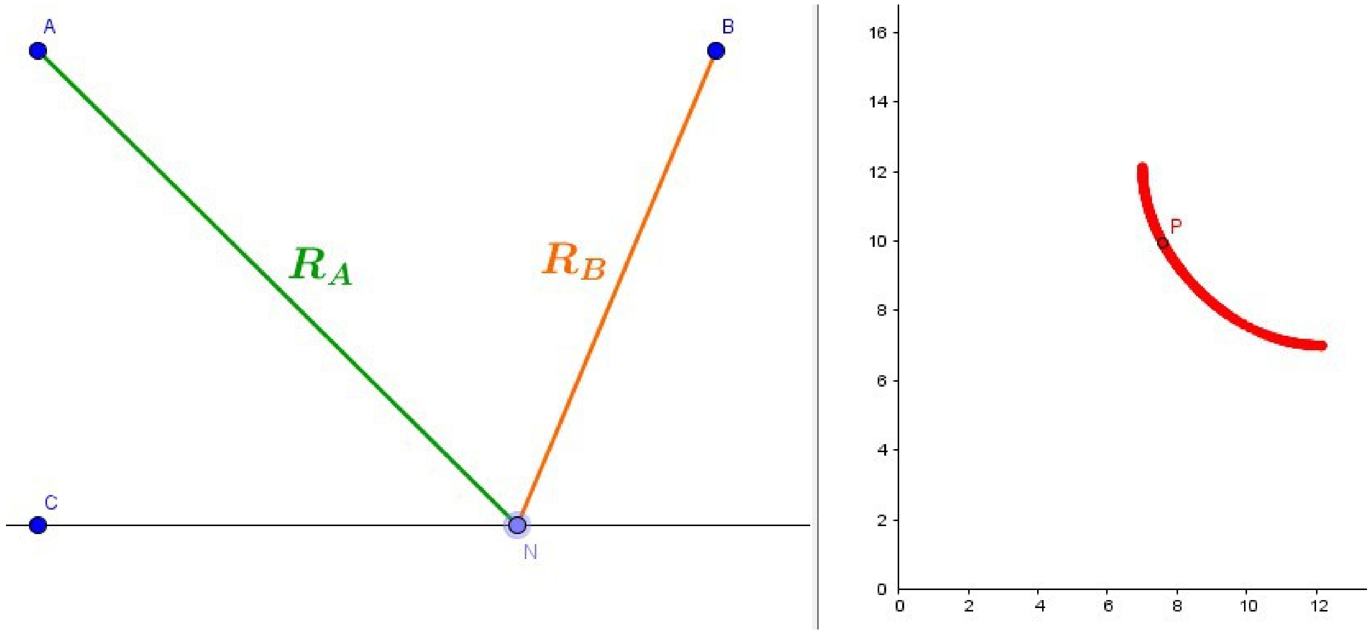


Illustration 3: graphique de R_A en fonction de R_B

Dans le graphique de droite de l'illustration3, nous avons la trace du point P(R_B , R_A) quand N décrit la droite horizontale. Nous ne sommes pas arrivé à trouver une relation.

Nous avons décidé d'approcher le problème de point de vue géométrique et nous avons utilisé le programme Geogebra pour créer un dessin représentatif.

<u>Premier résultat</u> : les trois points A, B et N sont cocycliques (sur un même cercle), le cercle circonscrit au triangle ABN (illustration 4).

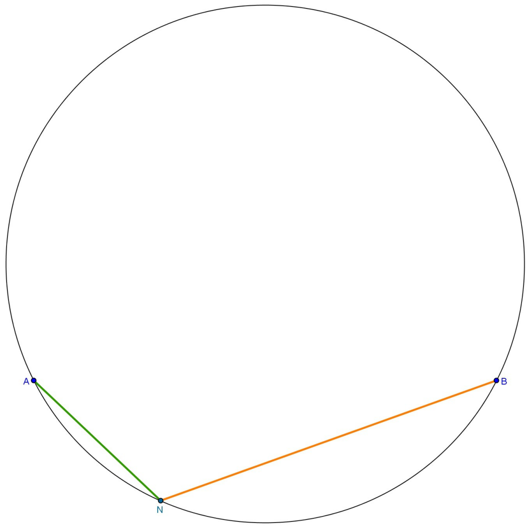


Illustration 4: Les trois points sont cocycliques

Nous avons fait quelques recherches sur l'aire du triangle ABN selon la position de N.

<u>Deuxième résultat</u> : Si les points A et B forment un diamètre du cercle circonscrit alors le triangle ABN sera rectangle en N et donc l'aire de ABN sera 0,5×AN×BN (illustration 5).

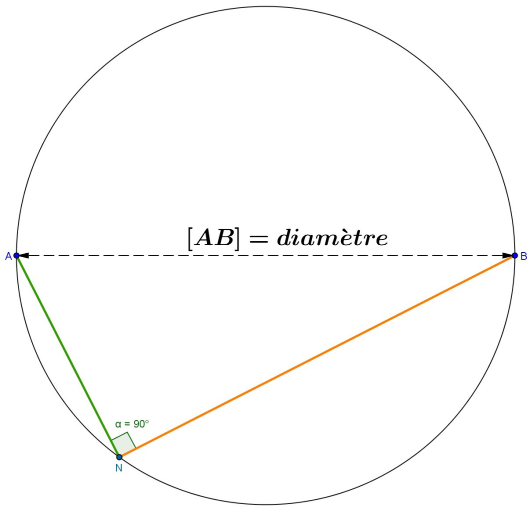


Illustration 5: [AB] est un diamètre, ABN est rectangle en N

<u>Troisième résultat</u> : Si ABN est rectangle en A, c'est-à-dire que le segment [AN] est vertical, alors l'aire de ABN sera 0,5×AN×AB (illustration 6).

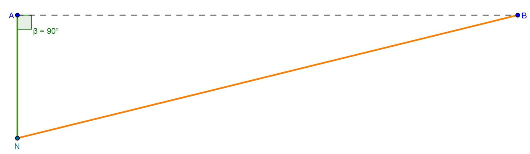


Illustration 6: N à la verticale de A

Quatrième résultat : Si la nacelle se déplace à l'horizontale alors l'aire du triangle ABN sera constante $0{,}5 \times AB \times d(N,(AB))$.
La réciproque de ce dernier résultat est aussi vraie.

II. Rencontre avec notre chercheur

Lors d'une rencontre avec notre chercheur, il nous a montré une autre approche du problème.
Nous voulons piloter la nacelle d'un point C à un point D. Actuellement nous n'arrivons pas à piloter les deux moteurs par des formules pour décrire le segment [CD].
Mais nous pouvons faire une espèce de triangle :
- la nacelle part de C, le moteur B ne marche pas donc R_B reste constant. Le moteur A se déroule jusqu'à avoir la longueur AD (illustration 7).
- la nacelle est en E. Le moteur A s'arrête et le moteur B s'enroule pour avoir la longueur BD (illustration 8).

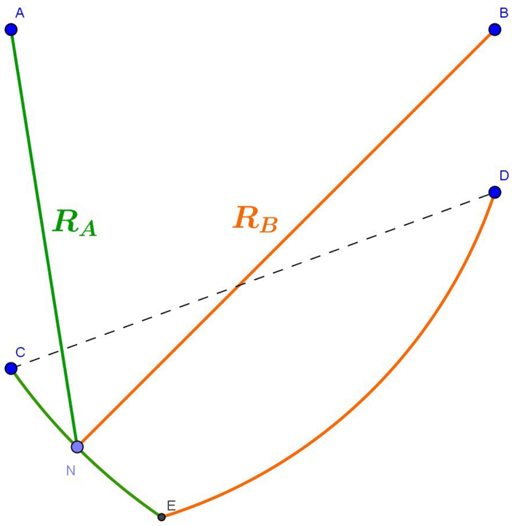


Illustration 7: le moteur B ne fonctionne pas

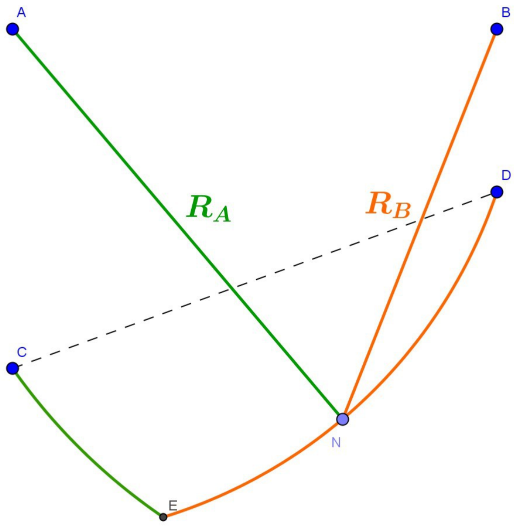
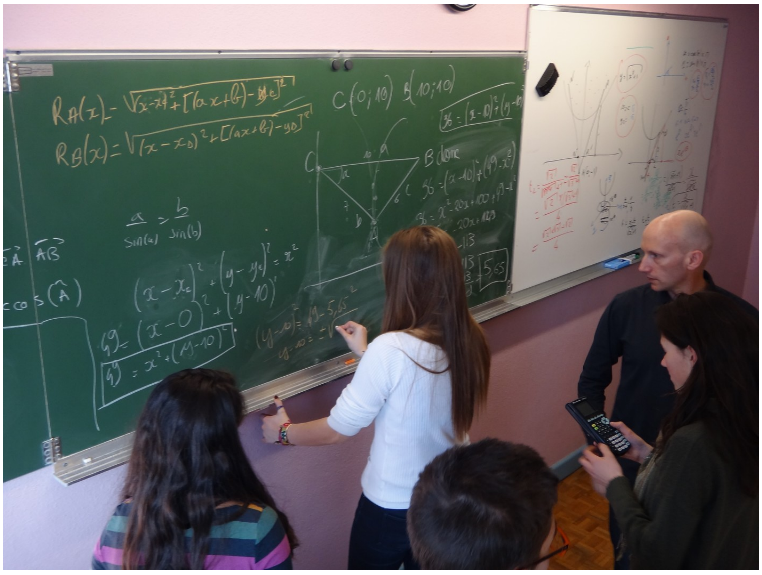


Illustration 8: le moteur A ne fonctionne pas

Notre « triangle » est constitué de deux arcs de cercle. Nous avons une procédure simple pour aller de C à D.

Nous avons compris que nous pouvions faire ce type de déplacement, en tous petits, pour suivre le segment [CD]. Mais nous n'avons pas exploité cette piste.



Séance de recherche du groupe de terminale

III. Inversion du problème

N'arrivant pas trouver une solution à notre problème, nous avons voulu voir le mouvement de la nacelle quand les deux moteurs fonctionnent à vitesse constante.
Pour cela, un ancien élève de *MATh.en.JEANS* nous a mis sur la piste des listes.
Nous avons un paramètre t (le temps) qui varie de 1 par 1. Chaque moteur à une vitesse V_A et V_B.
Pour chaque instant, la machine calcule R_A et R_B. On lui fait tracer l'intersection des cercles de centres A et B. Ainsi on obtient la trajectoire de la nacelle qui n'est pas rectiligne (illustration 9).

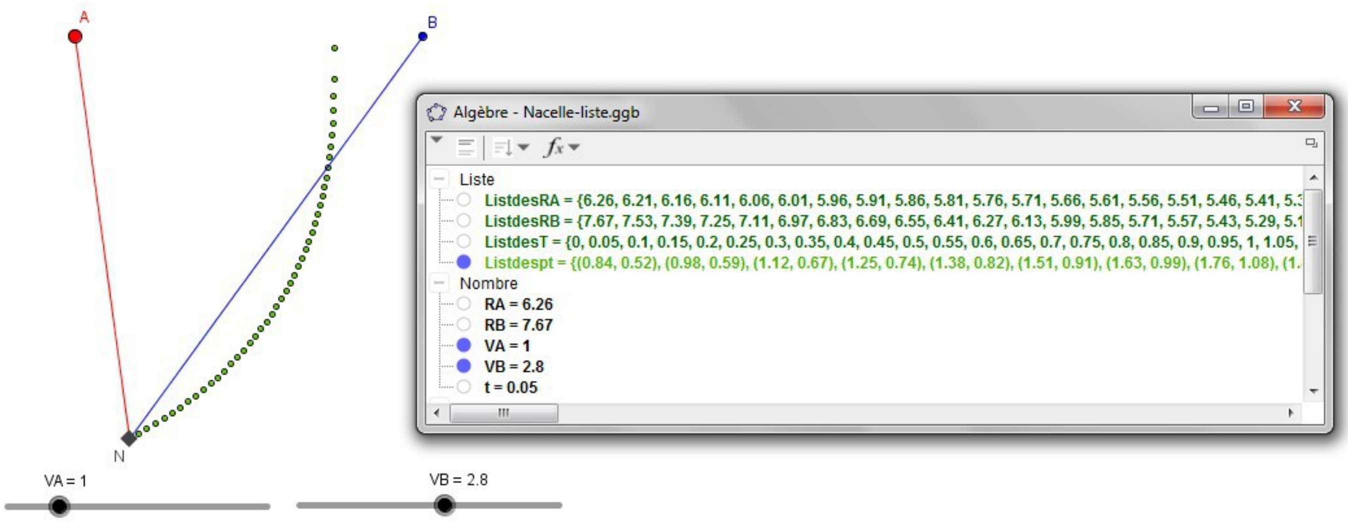


Illustration 9: trajectoire de la nacelle quand V_A=1 et V_B=2,8